ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 AVRIL 1934.

PRÉSIDENCE DE M. P.-A. DANGEARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau le compte rendu des *Séances publiques* (1929 à 1932) *de l'Académie des Belles-Lettres, Sciences et Arts de La Rochelle*, contenant notamment un discours de M. Jean Torlais : *Réaumur et Bazin*, Membre et Correspondant de l'Académie royale des Sciences.

MYCOLOGIE. — *Sur la biologie du* Pumilus medullæ, *cause du Court-noué parasitaire de la vigne*. Note de MM. **P. Viala** et **P. Marsais**.

Nous avons décrit (¹) les caractères de la maladie du Court-noué de la vigne; nous en avons précisé la cause parasitaire et esquissé la biologie du parasite, alors incomplètement résolue.

Ce parasite a été retrouvé sur les greffes-boutures d'importantes pépinières, et a été importé, par ces plantes, dans maints vignobles.

Le parasite, isolé et purifié, a été multiplié sur de très nombreux milieux de culture, avec conditions physiques très variées. Pendant deux années, nous n'avons jamais pu obtenir aucun organe fructifère, sauf quelques oïdies, qui nous paraissent plutôt des cas tératologiques que des moyens normaux de multiplication. Nous supposions donc que le *P. medullæ* se multipliait, dans la nature comme dans nos cultures, par bouturage de fragments mycéliens; le rétrécissement accentué du mycélium au niveau des cloisons, provoquant souvent la désarticulation des cellules composant

(¹) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 26.

ce filament, nous paraissait le confirmer. La présence fréquente d'un acarien (*Cœpophagus echinopus?*) vivant aux dépens de la moelle parasitée, vers le talon ouvert de la tige, autorisait à penser que cet acarien disséminait le Champignon dans le sol, par ses nombreux excréments microscopiques.

La réalisation d'un mode spécial de culture artificielle nous a permis la découverte des moyens de reproduction, nombreux et complexes, du *P. medullæ*. Nous avons pu, jadis, obtenir en abondance la forme conidienne du Rœslaria (*Vibrissea hypogæa*), rare à observer dans la nature, dans des milieux artificiels et sur sarments de vigne, immergés faiblement dans le liquide nutritif favorable à ce pourridié. Mêmes types de culture ont été réalisés pour le *P. medullæ* avec liquide nutritif approprié. Après plusieurs semaines de développement de la trame aranéeuse du mycélium, il se forme, sur le sarment de la vigne et incrustées dans le liber, de nombreuses pustules; cette production n'avait lieu que sur les jeunes bois de vigne et jamais sur les bois d'autres essences.

Ces pustules noires étaient des conceptacles composés et agrégés, en nombre variable de deux à vingt, à membrane épaisse et commune, sans ostiole, tapissés, sur tout leur intérieur, par de nombreux stérigmates produisant, en quantités énormes, des spores très petites, unicellulaires, incolores, à membrane épaisse, naviculaires, plus amincies vers leurs deux extrémités (10^{μ} sur 2^{μ} environ). Nous avons, dans notre première Note, considéré ces conceptacles comme des pycnides sans stylospores. A cause de leurs dimensions et surtout de la découverte d'autres organes de reproduction, nous estimons que ce sont plutôt des spermogonies. Les spermaties qu'elles produisent, mises en culture, reproduisent le *P. medullæ*, ce qui démontre bien, expérimentalement, leur dépendance du parasite.

En recherchant, dans la nature, et en examinant de nombreuses vignes court-nouées, nous avons fini par observer ces mêmes formations en grand nombre sur des souches dépérissant de la maladie ou déjà tuées par elle. Les nodules se forment à la fin de la vie des vignes parasitées sur les troncs déjà desséchés. Ils se présentent en séries longitudinales à la surface des tiges, parfois très nombreux et très serrés, suivant la direction des rayons médullaires. Ces formations naturelles sont absolument identiques à celles obtenues en cultures artificielles; c'est aussi l'organe de reproduction que l'on observe le plus fréquemment dans la nature. L'ensemencement des spermaties de ces organes naturels a donné, en culture artificielle, le même mycélium caractéristique du *P. medullæ*.

Dans la nature, les spermogonies sont implantées dans le liber mou au

milieu des paquets de fibres libériennes et sans ostiole, ce qui est constant pour tous les conceptacles. Le liber mou est entièrement anéanti et remplacé par des tractus informes. Les pustules spermogoniques sont rarement constituées par une seule spermogonie, située alors dans les vaisseaux ou dans la moelle.

La membrane de ces conceptacles est identique pour tous : spermogonies, pycnides et périthèces que nous avons ensuite retrouvés dans la nature. Ces trois formes de conceptacles apparaissent toujours, à l'état naturel, sous forme de pustules en séries, plus ou moins proéminentes, sur les tiges de vignes mortes ou mourantes.

Les nodules des pycnides et des périthèces, de même aspect extérieur, sont un peu plus gros que ceux des spermogonies, un peu plus vallonnés, et toujours en séries parallèles. Il nous a paru que les périthèces ne se développaient qu'aux dépens de sclérotes intercalés entre les paquets de fibres libériennes dans le liber mou.

La membrane épaisse de tous ces conceptacles composés, à mêmes caractères pour chacun d'eux, est constituée par plusieurs assises de cellules polyédriques superposées. Elle est très hygroscopique et, quand on plonge tous ces conceptacles dans l'eau ou un liquide quelconque, elle grossit rapidement, comprime leur contenu, et les spores sortent par fissures, en quantités énormes.

Les nodules à pycnides, plus orbiculaires, en individualités agrégées de deux à vingt, toujours séparés des spermogonies et un peu plus gros, ne se distinguent que par leur contenu et par la grosseur des stylospores (15^{μ} sur 10^{μ} en moyenne) subcylindriques, obtuses à leur extrémité, à membrane assez épaisse et bien détachée, unicellulaires et incolores. Leur germination, rapide et facile, produit le mycélium caractéristique du parasite.

A la surface vallonnée de ces pycnides nous avons très souvent observé une formation conidienne qui nous paraît dépendante du parasite, sans que nous ayons pu en réaliser la preuve expérimentale. Sur cette surface externe, et surtout dans le creux du vallonnement, s'applique un faux tissu de teinte plus claire, comme jaunâtre; de ce tissu part un autre pseudoparenchyme, noirâtre, d'où se détachent, serrés, de courts filaments couronnés par une conidie. Ces conidies, d'abord d'un jaune clair, puis foncées en brun, sont doubles; la cloison de séparation, très prononcée, est claire, avec souvent une seule grosse vacuole au centre de chacune des deux parties de la conidie. Les conidies, les plus nombreuses, ont un

contenu finement granuleux, sans vacuole. Elles mesurent 20^{μ} sur 12^{μ} en moyenne.

Au milieu des nodules à pycnides et sur les mêmes tiges sèches s'intercalent des pustules plus surbaissées, recouvertes d'une membrane noirâtre dans la partie émergée, la partie interne plongeant à travers les paquets de fibres libériennes jusqu'au bois. Cette partie interne d'un blanc franc forme un tissu pseudoparenchymateux, à très petites cellules, accolées et sans vides entre elles. Ce sont des sclérotes que nous supposons se transformer plus tard en périthèces.

Ces périthèces, que nous avons observés au début du printemps, proviennent de nodules mélangés avec les nodules à pycnides. Ils sont aussi composés, comme ces derniers, de plusieurs conceptacles noyés dans une enveloppe très épaisse. Leur forme est subovoïde et plus régulière que celle des pycnides et des spermogonies. L'intérieur est tapissé sur toute la paroi de fines et minuscules asques rayonnant vers le centre, très serrées et composées chacune de huit ascospores comprimées dans leur membrane commune, à peine visible, sans paraphyses intercalées. Le nombre des périthèces dans un même nodule est peut-être moins grand que pour les spermogonies. Il nous a paru varier de quatre à douze. Les asques ont une longueur de 55^{μ} et une largeur de 6^{μ}. Les ascospores, unicellulaires, sont ovoïdes, un peu réniformes, incolores, extrêmement petites, mesurant 11^{μ} de long sur 4^{μ} de large environ.

Toutes ces spores : spermaties, stylospores, ascospores, germent facilement et reproduisent un même mycélium. Leur nombre immense est un élément de dissémination à l'extérieur comme dans le sol, car beaucoup de pustules surgissent sur la partie de la tige enterrée.

Ces caractères des conceptacles agrégés rattachent ce parasite du Court-noué à la famille des SPHÆRIACÉES; il constitue un genre nouveau, bien caractérisé, non loin du genre *Xylaria*, et voisin du genre *Eutypa*, deux genres créés par Tulasne.

M. **Frank Schlesinger** fait hommage à l'Académie d'un Mémoire, *The Variation of Latitude*, écrit en collaboration avec MM. W. D. Lambert et E. W. Brown.

NOMINATIONS.

MM. A. **Lacroix**, H. **Le Chatelier**, G. **Urbain**, A. **Béhal**, G. **Bertrand**, M. **Delépine** sont désignés pour représenter l'Académie à la Commémoration du *Cinquantenaire de la mort* de J.-B. Dumas et d'A. Wurtz, qui sera célébrée le 8 mai 1934 par la *Société chimique*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Structure microscopique des charbons du bassin houiller du Nord et du Pas-de-Calais*, par André Duparque.

2° Ch. Abdullah. *Notions de photogrammétrie terrestre et aérienne*. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

3° E. Cazalas. *Carrés magiques au degré n. Séries numérales de G. Tarry*. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

M. le **Général commandant l'École Polytechnique** adresse un Rapport sur l'emploi de la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1933.

ANALYSIS SITUS. — *Sur les surfaces fermées générales et la dimension locale*. Note de M. **Boris Kaufmann**, présentée par M. Hadamard.

1. Nous voulons énoncer ici une propriété des surfaces fermées dont nous donnons la démonstration ailleurs :

Théorème. — *Soit* F *une surface fermée* (*c'est-à-dire une coupure irréductible de l'espace ordinaire*), *soit* Z *un sous-ensemble fermé de* F, *qui la sépare en deux parties au moins. Alors il y a des multiplicités cantoriennes arbitrairement petites à deux dimensions appartenant à* F *et rencontrant la coupure* Z. *En outre il y a un point* (*au moins*) *de* Z, *qui est le point commun à une suite indéfiniment décroissante de telles multiplicités*.

Un résultat très important, dû à Urysohn [1], de la théorie des dimensions est que toute surface fermée est une multiplicité cantorienne. Voilà une propriété de la coupure Z elle-même. Au contraire, nous venons d'énoncer une propriété de Z relative à son voisinage infinitésimal sur F.

Les multiplicités cantoriennes arbitrairement petites dont il s'agit ici sont des coupures irréductibles des voisinages sphériques des points de F. On peut démontrer que ce sont bien des multiplicités cantoriennes en généralisant le théorème d'Urysohn.

Nous démontrons notre théorème en construisant une suite $\{M_n\}$ de multiplicités triangulées munies de contours à deux dimensions et à un même contour enlacé avec Z. La surface limite M, bien qu'elle ne soit pas triangulée, possède des propriétés utiles : c'est une surface localement connexe à deux dimensions, qui ne coupe Z que suivant un ensemble de dimension o.

Alors nous construisons sur M une courbe simple C, qui rencontre F seulement dans des points de Z et lie des points de la région extérieure à F à des points de la région intérieure. Parmi des points de ZC, nous trouvons le point cherché, qui appartient à des multiplicités cantoriennes arbitrairement petites, contenues dans F.

2. A la suite du théorème énoncé, il nous semble utile d'introduire quelques notions nouvelles dans la théorie des dimensions. Pour les ensembles fermés, la dimension peut être conçue intégralement, sans se soucier de son comportement sur des points particuliers de l'ensemble. C'est ce qu'a fait M. Alexandroff en partant d'un théorème fondamental de M. Lebesgue. Les multiplicités cantoriennes de toutes les dimensions étant définies *intégralement*, nous définissons la dimension *locale* comme il suit :

Définition. — Un point P d'un espace métrique compact est dit *n-dimensionnel en soi*, si *n* est le plus grand entier, tel qu'il existe des multiplicités cantoriennes arbitrairement petites à *n* dimensions contenant le point P.

Nous avons alors deux cas, suivant qu'il existe ou non une suite décroissante de telles multiplicités. Dans le premier cas, P s'appellera un point concentrique à *n* dimensions de l'espace.

Théorème. — *L'ensemble des points concentriques à deux dimensions d'une surface fermée a au moins la dimension* 1.

---

[1] Urysohn, *Fund Math.*, 7, 1925, p. 30. Ce théorème a été généralisé à *n* dimensions par M. Alexandroff, *Annals of Mathematics*, 30, 1928, p. 101.

3. Ces considérations peuvent servir à des recherches ultérieures sur la structure des ensembles fermés. Nous nous permettrons d'énoncer les deux hypothèses suivantes :

Pour toute ε-couverture (ε suffisamment petit) d'un espace métrique compact à n dimensions, il y a des multiplicités cantoriennes arbitrairement petites, dont chacune rencontre la frontière de l'un au moins des voisinages de la couverture.

En outre il y a au moins une multiplicité cantorienne arbitrairement petite rencontrant à la fois au moins $(n+1)$ éléments de la couverture envisagée.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Tableaux ramifiés d'ensembles. Espaces pseudo-distanciés.* Note de M. **Georges Kurepa**, présentée par M. Hadamard.

I. Soit T un tableau dont la $\alpha^{\text{ième}}$ ligne est composée des ensembles $G_{a_0 a_1 \ldots a_\alpha}$ si α est de première espèce et des $G_{a_0 \ldots a_\xi} = \prod_{\xi < \alpha} G_{a_0 \ldots a_\xi}$ si α est de seconde espèce, les indices $a_0, a_1, \ldots, \alpha_\xi, \ldots$ parcourant respectivement des ensembles $\{a_0\}, \{a_1\} \ldots, \{a_\xi\}, \ldots$ Deux complexes d'indices des ensembles de T, A, B sont des ensembles bien ordonnés tels que : *ou bien* $AB = 0$, et alors $G_A G_B = 0$; *ou bien* l'un constitue un morceau initial de l'autre par exemple, $B = A a_\xi a_{\xi+1} \ldots$ et alors $G_A - G_B \neq 0$ sauf dans le cas où G_A, G_B se composent d'un même point a et alors $G_A = G_{Aa} = G_{Aaa} = \ldots \equiv a$ ou sont tous deux des ensembles vides, donc $G_A = G_{A0} = G_{A00} = \ldots \equiv 0$ [1]. Sous ces conditions, T sera appelé *tableau ramifié d'ensembles*. Le plus petit nombre γ tel que la $\gamma^{\text{ième}}$ ligne de T ne contient que des points simples ou des zéros s'appelle le *rang de* T.

Théorème. — *T étant un tableau ramifié d'ensembles, son rang γ est bien déterminé; il existe une suite d'ensembles, $\{E_\alpha\}$, telle que* : 1° E_α *est un élément de la $\alpha^{\text{ième}}$ ligne de* T; 2° $E_\alpha - E_\beta \neq 0$ *pour* chaque $\alpha < \beta$ *et* chaque $\beta \leq \gamma$.

II. E désignera un ensemble ordonné continu et limité [2],

$$D = (D_0, D_1, \ldots, D_\alpha, \ldots)$$

(1) Si dans une ligne de T se trouvent deux ensembles vides et si les complexes des indices respectifs ne coïncident pas, ces zéros sont considérés comme des ensembles disjoints.

(2) Pour la terminologie, voir ma Note des *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 882, dans laquelle, *dans tous les raisonnements*, il faut remplacer la phrase : « suite fondamen-

un développement complet de E, des développements partiels $D_0, D_1, \ldots, D_\alpha, \ldots$ étant composés des termes d'ordre resp. o, 1, ..., α de D : $E_{a_0}, E_{a_0 a_1}, \ldots, E_{a_0 a_1 \ldots a_\alpha}, \ldots$ dont l'ensemble constitue le tableau horizontal H du développement D de E; le tableau vertical V de D est formé des arguments du développement D : F, $F_{a_0}, \ldots, F_{a_0 a_1 \ldots a_\gamma}, \ldots$. Le signe $\varphi(x)$ désignera le premier nombre α tel que le point x de E se trouve dans la $\alpha^{\text{ième}}$ ligne de H.

Théorème. — *a. Il y a au moins un développement complet* D *de* E; *b. le tableau horizontal* H *de* D *est ramifié; c. le développement complet* D *est déterminé d'une manière unique par son tableau vertical* V ; *d. l'ensemble de points des arguments effectifs de* D *est dense dans* E; *e. la fonction* $\varphi(x)$, $x \varepsilon E$ *est uniforme et possède un maximum qui est égal au rang* γ *du tableau horizontal* H *de* D.

III. Un ensemble quelconque E est dit *espace pseudo-distancié* ou espace de la classe (Δ) si l'ensemble de couples de points de E peut être considéré comme un ensemble ordonné $\mathfrak{M} = \{(x, y)\}$, $x, y \varepsilon E$ tel que : 1° (x, x) est le premier élément ζ de $\mathfrak{M}$ pour tout $x \varepsilon E$, et *vice versa*, si $(x, y) = \zeta$, alors $x \equiv y$; 2° $(x, y) = (y, x)$ pour chaque x et y de E; 3° il existe une fonction univoque $\eta = \varphi(\xi)$, $\xi, \eta \varepsilon \mathfrak{M}$ telle que $\varphi(\xi) \to \zeta$ si $\xi \to \zeta$; si $(x, y) < \varepsilon$, $(y, z) < \varepsilon$ alors $(x, z) \leq \varphi(\varepsilon)$ pour chaque x, y, z de E; 4° pour qu'un point a de E soit point d'accumulation d'un ensemble $F \subset E$, il faut et il suffit qu'il existe un ensemble $G \subset F$ tel que $(x, y) \to \zeta$ si y parcourt G (¹).

Si $\varepsilon_0 > \varepsilon_1 > \ldots > \varepsilon_\nu > \ldots \to \zeta$, $\nu < \omega_\alpha$, ω_α étant régulier, des signes ε_ν jouent le rôle des nombres arbitrairement petits et les nombres ω_α, $\aleph_\alpha$ le rôle des nombres ω_0, $\aleph_0$ dans le cas des espaces distanciés. On a ainsi des classes (Δ^0), (Δ^1), ..., (Δ^α), ..., ω_α étant régulier, qui n'ont en commun que des certains espaces pseudo-distanciés composés des points isolés. En particulier, la classe (Δ^0) contient la classe ($\mathcal{D}$) de M. Fréchet (²).

D'une manière générale, en partant d'une certaine classe d'espaces

---

tale de segments de E » par la phrase « suite fondamentale d'intervalles de E ». Une suite bien ordonnée $s = \{v_\varrho\}$ d'intervalles décroissants de E est dite *fondamentale* si $p\Pi v_\varrho = p\Pi V_\varrho = 1$ ou o, V_ϱ désignant la fermeture rel. E de v_ϱ; deux telles suites $\{v_\varrho^1\}$, $\{v_\psi^2\}$ sont dites *équivalentes* si à chaque v_ϱ^1 correspond un v_ψ^2 tel que $v_\varrho^1 \supset v_\psi^2$ et vice versa

(¹) Évidemment, plusieurs couples de points de E peuvent coïncider dans $\mathfrak{M}$.

(²) *Rendiconti Palermo*, 22, 1906, p. 18; *Espaces abstraits*, Paris, 1928, p. 61 et 218. Si $(\Delta^0) - (\mathcal{D}) \neq$ o, la classe (Δ^0) fournirait une réponse affirmative à deux questions de M. Fréchet (*Espaces abstraits*, p. 190 et 193).

abstraits et en leur attribuant un rôle actif de paramétrisation, on arrive à de nouvelles classes d'espaces abstraits. Dans le cas des espaces distanciés et pseudo-distanciés, le rôle des espaces actifs est joué respectivement par des ensembles de nombres réels non négatifs et par des ensembles ordonnés limités du côté gauche.

IV. *Toute proposition mathématique est une fonction logique des variables : ensemble et élément* (¹).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Systèmes de* deux *équations aux dérivées partielles à* une *fonction inconnue de n variables indépendantes.* Note (²) de M. **Maurice Janet**, présentée par M. Hadamard.

Des méthodes générales permettent, comme on sait, étant donné un système d'équations aux dérivées partielles particulier, d'ailleurs quelconque, de reconnaître s'il est compatible et de déterminer le degré de généralité de sa solution, degré de généralité caractérisé essentiellement par le nombre *maximum* λ des arguments des fonctions arbitraires dont elle dépend et par le nombre μ de ces fonctions arbitraires de λ arguments. Mais bien des questions restent encore en suspens si l'on se donne seulement la forme générale du système considéré : nombre des inconnues, des équations, et éventuellement ordre, etc., et si l'on demande de discuter un tel système à ce point de vue. J'ai étudié précédemment les systèmes à autant d'équations indépendantes que de fonctions inconnues (³). Je me propose de m'occuper ici des systèmes formés de *deux* équations à *une* fonction inconnue, en me bornant à deux cas particulièrement intéressants.

1. Donnons-nous deux expressions différentielles linéaires à une fonction indéterminée u de n variables indépendantes

$$\mathrm{A}(u) \equiv \Sigma a_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n} \frac{\partial^{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n} u}{\partial x_1^{\alpha_1}\,\partial x_2^{\alpha_2}\ldots\partial x_n^{\alpha_n}} \qquad (0 \leqq \alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n \leqq p),$$

$$\mathrm{B}(u) \equiv \Sigma b_{\beta_1\beta_2\ldots\beta_n} \frac{\partial^{\beta_1+\beta_2+\ldots+\beta_n} u}{\partial x_1^{\beta_1}\,\partial x_2^{\beta_2}\ldots\partial x_n^{\beta_n}} \qquad (0 \leqq \beta_1+\beta_2+\ldots+\beta_n \leqq q)$$

(¹) Pour l'axiomatique du mot *ensemble*, voir E. Zermelo, *Fund. Math.*, 16, 1930, p. 28. Cf. aussi E. W. Huntington, *Trans. Am. Math. Soc.*, 6, 1905, p. 17.

(²) Séance du 16 avril 1934.

(³) *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 1637, et 173, 1921, p. 124; *Journ. de Mathématiques pures et appl.*, 9ᵉ série, 8, 1929, p. 339.

d'ordres respectivement p, q, les a, b étant des fonctions données des variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Il peut se faire que le nombre λ soit égal à $n-1$. C'est ce qui arrive certainement lorsqu'il existe entre A, B quelque relation *identique* (c'est-à-dire vraie quelle que soit u)

$$L[A(u)] + M[B(u)] = 0,$$

où L, M sont des expressions différentielles linéaires d'ordres respectivement *moindres* que q, p. Mais cela arrive dans des cas plus généraux : ces cas sont caractérisés par le fait que, en vertu de l'équation $A=0$ (supposée vérifiée quels que soient $x_1, x_2, \ldots, x_n$), *sur une multiplicité* M_{n-1} *arbitraire* non caractéristique pour $A=0$, B *et ses* $p-1$ *premières dérivées suivant une direction non tangente à* M_{n-1} *sont liées par quelque équation aux dérivées partielles à* $n-1$ *variables indépendantes* (¹).

2. Excluons le cas précédent, et supposons que, entre les expressions différentielles $A(u)$, $B(u)$, existe quelque relation *identique*

$$L[A(u)] + M[B(u)] = 0,$$

où L, M désignent des expressions différentielles linéaires d'ordres respectivement *égaux* à q, p. Pour que le système $A(u)=f$, $B(u)=g$, où f, g sont des fonctions données de $x_1, x_2, \ldots, x_n$, soit compatible, il est évidemment nécessaire que

$$L(f) + M(g) = 0.$$

J'ai démontré que *cette condition est suffisante* (²). Dans le cas présent, il peut d'ailleurs se faire que le nombre λ relatif au système $A(u)=0$,

(¹) Voici un exemple de ce cas, qui ne rentre pas dans le type banal mentionné tout d'abord :

$$A \equiv p_{44} - x_3 p_{24} - p_4, \qquad B \equiv p_{43} - x_4 p_{41} \qquad \left(p_i = \frac{\partial u}{\partial x_i},\ p_{ik} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k}\right).$$

Si l'on suppose $A=0$ pour tout x_1, x_2, x_3, x_4, B et sa dérivée première par rapport à x_4, B', sont liées sur $x_4 = x_4^0$ par la relation

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_3} - x_4^0 \frac{\partial}{\partial x_1}\right)(B' - x_3 B_2 - B) - B_2 + B_1 = 0 \qquad \left(B_i \text{ représente } \frac{\partial B}{\partial x_i}\right).$$

(²) M. G. Cerf a montré récemment (*Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 892) que *si* $n=2$, la démonstration peut se faire en utilisant certains résultats obtenus antérieurement par lui (*Comptes rendus*, **169**, 1919, p. 613).

$B(u) = 0$, au lieu d'avoir sa valeur normale $n - 2$, soit égal à zéro, μ étant alors aussi égal à zéro, autrement dit que la solution soit entièrement déterminée (1).

3. Dans le cas où A, B sont permutables, M. Hadamard avait pressenti le résultat précédent et en avait demandé une démonstration (2). M. Cerf avait indiqué la généralisation précédente, en supposant égal à deux le nombre des variables indépendantes. Je suis amené ici à préciser et à généraliser la proposition même qu'en tirait M. Hadamard :

1° Il est nécessaire d'exclure les cas auxquels se rapporte le n° 1.

2° En revanche, si l'on ne fait sur A, B que l'hypothèse indiquée au n° 2, sans avoir besoin de l'hypothèse, plus restrictive, de la permutabilité, on obtient :

La solution générale de l'équation $L[A(u)] = 0$ *ou, ce qui revient au même,* $M[B(u)] = 0$ *s'obtient en ajoutant les solutions générales de* $A(u) = 0$ *et de* $B(u) = 0$ (3).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégrale de Kronecker.* Note de M. ANDRÉ MAGNIER, présentée par M. Gaston Julia.

1. Soit $X = f(x, y, z)$, $Y = g(x, y, z)$, $Z = h(x, y, z)$ une transformation ponctuelle, f, g, h ayant des dérivées premières continues. Soit

(1) Exemple : $p_{11} - p_{22} + u = 0$, $p_1 - p_2 = 0$. Le fait que, ici (en supposant $n \geqq 3$), λ ne peut jamais être égal à $n - 3$, $n - 4$, ..., 1 (ni à 0 avec $\mu \neq 0$) résulterait d'une proposition, non démontrée à ma connaissance, que j'ai été amené, dans mes études sur les systèmes à autant d'équations que d'inconnues, à indiquer comme probable.

(2) *Congrès de Zurich*, 1932, 2e vol., p. 78.

(3) n est quelconque. Mais il suffira d'indiquer un exemple où $n = 2$: la solution générale de

$$\left(\frac{\partial}{\partial x\, \partial y} + x\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)(r - x^2 t) = 0$$

ou, ce qui revient au même, de

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - x^2\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2\frac{\partial}{\partial y}\right)(s + xt) = 0$$

s'obtient en ajoutant les solutions générales de $r - x^2 t = 0$ et de $s + xt = 0$ (on a posé $r = \partial^2 u/\partial x^2$, $s = \partial^2 u/\partial x\, \partial y$, $t = \partial^2 u/\partial y^2$).

Σ une surface fermée sans point double. Posons

$$\Delta(x, y, z) = \frac{D(f, g, h)}{D(x, y, z)}.$$

L'intégrale de Kronecker :

$$I = \frac{1}{4\pi}\int\int_{\Sigma} \frac{X\,dY\,dZ + Y\,dZ\,dX + Z\,dX\,dY}{(X^2 + Y^2 + Z^2)^{3/2}},$$

où la normale positive est la normale extérieure à Σ, et où l'on remplace le symbole

$$dY\,dZ \quad \text{par} \quad \frac{D(Y, Z)}{D(x, y)}dx\,dy + \frac{D(Y, Z)}{D(y, z)}dy\,dz + \frac{D(Y, Z)}{D(z, x)}dz\,dx, \quad \text{etc.},$$

est égale à la *différence du nombre de solutions du système* (E), $f = g = h = 0$ *intérieures à Σ, où $\Delta > 0$, et le nombre de solutions où $\Delta < 0$* ([1]).

La démonstration suppose que si (x_0, y_0, z_0) est une solution de (E),

$$\Delta(x_0, y_0, z_0) \neq 0.$$

2. Supposons l'existence et la continuité des dérivées secondes de f, g, h et soit (x_0, y_0, z_0) une solution du système (E) telle que $\Delta(x_0, y_0, z_0) = 0$, mais telle que le tableau :

$$\left\| \begin{matrix} \Delta'_{x_0} & f'_{x_0} & g'_{x_0} & h'_{x_0} \\ \Delta'_{y_0} & f'_{y_0} & g'_{y_0} & h'_{y_0} \\ \Delta'_{z_0} & f'_{z_0} & g'_{z_0} & h'_{z_0} \end{matrix} \right\|$$

soit de *rang* 3.

Si Σ est une surface fermée sans point double à l'intérieur de laquelle (x_0, y_0, z_0) est la seule solution de (E), l'*intégrale de Kronecker* relative à Σ et aux fonctions f, g, h est *nulle*.

On vérifie ce fait sur l'exemple : $f = x$, $g = y$, $h = z^2$. On vérifie la nécessité des hypothèses sur les deux exemples :

$$f = x, \quad g = y, \quad h = z^3; \qquad f = x, \quad g = y, \quad h = y + yz + z^3$$

pour lesquels $I = +1$.

3. Supposons que les fonctions f, g, h admettent des dérivées premières et secondes continues, que le système (E) ait pour solutions les points d'un certain continu C intérieur à Σ, qu'en tout point de C le tableau des dérivées partielles de f, g, h soit de *rang* 2. Enfin considérons l'ensemble

---

([1]) Voir E. Picard, *Traité d'Analyse*, **1**, p. 150, et **2**, p. 218, de la troisième édition.

des points de C, où le tableau

$$\begin{Vmatrix} \Delta'_x & \Delta'_y & \Delta'_z \\ f'_x & f'_y & f'_z \end{Vmatrix}$$

est de rang 1; supposons que cet ensemble, ou l'un des deux analogues, ne comprenne qu'un nombre fini de points.

On peut alors affirmer que $I = 0$.

On vérifie ce fait sur l'exemple : $f = xz$, $g = yz$, $g = x^2 + y^2 - a^2$. Et l'on vérifie la nécessité des hypothèses sur les deux exemples :

$$f = (x^2 + y^2 - a^2)(x - a), \qquad g = (x^2 + y^2 - a^2)y; \qquad h = z;$$
$$f = (x - a)[(x^2 + y^2 - a^2)^2 + z^2], \qquad g = y[(x^2 + y^2 - a^2)^2 + z^2],$$
$$h = z[(x^2 + y^2 - a^2)^2 + z^2]$$

pour lesquels $I = +1$.

4. L'intérêt du résultat précédent, au point de vue des applications de l'intégrale de Kronecker est surtout négatif. Étant donné le système d'équations différentielles

$$\frac{dx}{X} = \frac{dy}{Y} = \frac{dz}{Z},$$

Henri Poincaré (*Œuvres*, I, p. 192) avait déjà fait remarquer que l'intégrale de Kronecker ne donne pas, comme dans le cas du plan, une relation entre les nombres des points singuliers des différentes espèces. Nous voyons qu'il en est de même si le système admet des lignes singulières.

Nous donnerons les démonstrations des deux théorèmes précédents dans un autre Recueil.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le module des coefficients de Mac Laurin d'une fonction univalente.* Note de M. **F. Marty**, présentée par M. Hadamard.

Soit (F) la famille des fonctions holomorphes et univalentes dans le cercle unité qui admettent un développement de Mac Laurin de la forme

$$Z = z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n + \ldots.$$

Cette famille étant normale et bornée, il existe certainement des fonctions pour lesquelles a_n prend le maximum de son module. Parmi celles-ci, une au moins Z_n est telle que a_n est réel et positif. Posons

$$Z_n = z + \alpha_2 z^2 + \ldots + \alpha_n z^n + \ldots.$$

D'après une hypothèse classique, on a $\alpha_n = n$ et Z_n serait identique à $Z_0 = z/(1-z)^2$ qui représente le cercle unité sur le plan affecté d'une coupure rectiligne. J'indique dans cette Note en les démontrant sommairement deux propriétés de Z_n, qui appartiennent bien à Z_0.

Théorème I. — *Il n'y a pas de points extérieurs au domaine sur lequel la fonction Z_n représente le cercle unité.*

Par exemple, l'infini n'est pas point extérieur. Si l'on avait $|Z_n| \leq M$ dans le cercle unité, la fonction $Z'_n = Z_n/1 - bZ_n$ appartiendrait à la famille dès que l'on aurait $|b| < 1/M$. Elle se réduit à Z_n pour $b = 0$, et un calcul simple montre que son $n^{\text{ième}}$ coefficient de Mac Laurin, α'_n, est un polynome en b dont le terme constant est α_n, et qui ne se réduit pas à une constante. Dans ces conditions, il y a toujours des valeurs de b voisines de zéro pour lesquelles α'_n est supérieur en module à α_n, ce qui est en contradiction avec l'hypothèse faite sur Z_n.

Pour montrer que le point a ne peut pas être extérieur au domaine, on utilisera une famille de fonctions $Z^*_n(Z_n, b)$, analytiques dans le domaine $|Z_n - a| > \varepsilon$, $|b| < \varepsilon^*$, avec

$$Z^*_n(Z_n, 0) = Z_n, \qquad Z^*_n(0, b) = 0, \qquad \frac{\partial Z^*_n}{\partial Z_n}(0, b) = 1.$$

On peut toujours construire une telle famille de sorte que α^*_n ne soit pas une constante par rapport à b. Le raisonnement s'achève alors comme précédemment.

Théorème II. — *Les coefficients de la fonction Z_n vérifient la relation*

$$2\alpha_2\alpha_n = (n+1)\alpha_{n+1} - (n-1)\bar{\alpha}_n.$$

Posons

$$\varphi(z) = Z\left[\frac{e^{i\theta}(z+\alpha)}{1+\bar{\alpha}z}\right] \qquad \text{et} \qquad \psi(z, \alpha, \theta) = \frac{\varphi(z) - \varphi(0)}{\varphi'(0)}.$$

La fonction ψ appartient à la famille (F). Quand α tend vers zéro, ψ tend vers $Z(e^{i\theta}z)$.

En développant la fonction $\varphi(z)$ en série de Mac Laurin par rapport à α et $\bar{\alpha}$ considérés comme variables indépendantes, il vient

$$\varphi(z) = Z(e^{i\theta}z) + \alpha Z'(e^{i\theta}z)e^{i\theta} - \bar{\alpha}z^2 Z'(e^{i\theta}z)e^{i\theta} + \ldots,$$

ce qui permet d'évaluer le $n^{\text{ième}}$ coefficient de la fonction $\psi(z)$

$$A_n = e^{(n-1)i\theta}\{a_n + \alpha[(n+1)a_{n+1} - 2a_2a_n]e^{i\theta} - (n-1)a_{n-1}\bar{\alpha}e^{-i\theta} + \ldots\}.$$

Pour que l'inégalité $|A_n| < a_n$ soit vérifiée quels que soient θ et α, en parti-

culier pour α suffisamment petit, il faut que le terme du premier ordre en α soit imaginaire pur, ce qui conduit à l'égalité nécessaire

$$(n+1)a_{n+1} - 2a_2 a_n = \overline{(n-1)a_n},$$

équivalente à l'inégalité annoncée.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la similitude statistique dans les mouvements turbulents des fluides.* Note [1] de MM. **G. Dedebant**, **Ph. Schereschewsky** et **Ph. Wehrle**, présentée par M. E. Fichot.

Il paraît d'un grand intérêt d'adopter, dans la théorie de la turbulence, un point de vue résolument *statistique*, c'est-à-dire de poser une *décoordination* complète dans l'espace et dans le temps du mouvement perturbé. Ainsi conçue, la théorie de la turbulence peut être calquée sur la théorie cinétique, abstraction faite de ce qui dépend du phénomène des *chocs*.

Toute propriété du mouvement turbulent ne doit alors se traduire que par une *relation entre les paramètres statistiques des lois de distribution des vitesses perturbées* autour d'un instant donné, pour les différents points du fluide et non entre les vitesses elles-mêmes en ces points.

En particulier, on ne saurait admettre tel quel (bien qu'il conduise à des formules représentant très bien les observations) le principe de similitude de Von Kàrman, en vertu duquel, dans un écoulement dont les lignes de courant sont parallèles, *les vitesses perturbées seraient, à un instant donné, semblables*, sur une perpendiculaire aux lignes de courant, autrement dit *identiques moyennant un changement d'échelle approprié*, variable de point en point. Cette hypothèse imposerait, en effet, à la turbulence des *conditions très restrictives*, incompatibles avec la conception statistique. Cette Note a pour objet de montrer que *les relations de Von Kàrman, et celle plus classique encore de Prandtl, s'obtiennent en écrivant seulement que les lois de distribution des vitesses perturbées deviennent identiques par un certain changement d'échelle*, qu'elles n'impliquent qu'une hypothèse beaucoup plus large que celle de Von Kàrman et se justifient par une similitude *purement statistique*.

Soient, dans un mouvement quasi permanent à deux dimensions, $u_0(y)$ et $v_0 = 0$ les composantes de la vitesse d'ensemble; U, V les composantes

(1) Séance du 16 avril 1934.

de la vitesse perturbée, dont les moyennes, sur un temps τ assez long, sont nulles. Pendant le temps τ et en un point lié au mouvement d'ensemble, les vitesses perturbées successives, observées chaque fois qu'un certain seuil de fluctuation est dépassé, se distribuent suivant une loi statistique $f(U, V, y)$, que nous supposerons, comme en théorie cinétique, ne s'écarter que peu de la loi de Gauss f_0 (répartition de Maxwell), de sorte que $f = f_0 \overline{1+\varepsilon}$, ε étant petit devant 1.

On sait que la loi d'une statistique varie quand le nombre des tirages change. Pour rendre comparables ces statistiques de vitesses perturbées aux différents points du fluide, il faut donc qu'elles portent sur le même nombre N de vitesses mesurées, c'est-à-dire qu'un certain seuil de fluctuations étant défini par la précision des mesures, le temps d'observation τ doit être variable de point en point (changement d'échelle de temps).

Si les lois f étaient de Maxwell, elles pourraient être rendues identiques dans tout le fluide en adoptant comme unité de vitesse la moyenne quadratique $\sigma(y)$ de la vitesse perturbée — ou écart type de la vitesse totale —. Moyennant ce changement d'échelle de vitesse ($u = U/\sigma$, $v = V/\sigma$), les surfaces $\varphi(u, v, y)$, déduites des f, sont identiques au premier ordre près, les différences, qui portent sur l'asymétrie, provenant du terme ε

$$\varphi(u, v, y) = \varphi_0 \overline{1+\eta},$$

η étant ce que devient ε après le changement d'échelle.

Nous poserons — tel sera notre principe de similitude — que les surfaces φ de distribution des vitesses rapportées aux écarts types sont identiques, non pas seulement au premier ordre, mais *au deuxième ordre près*, ce qui se traduira analytiquement en écrivant que les termes du premier ordre de η sont indépendants de y.

η, au premier ordre, dépend des gradients caractérisant la non-uniformité du fluide « réduit » par les changements d'échelles σ et τ. Ces non-uniformités sont au nombre de deux, celle de la vitesse, caractérisée par $u'_0 = \partial u_0/\partial y$, et celle de la densité. En effet, les particules observées pendant le temps τ sont contenues dans une aire $S \approx \tau^2$ [1] (la vitesse, en moyenne proportionnelle à l'écart type, étant ramenée à une constante numérique par le changement d'échelle). La densité fictive d du fluide réduit est donc $d \approx \frac{N}{\tau^2} \approx \frac{1}{\tau^2}$, et sa non-uniformité introduit, dans η, un terme en $\tau' = \partial\tau/\partial y$.

---

(1) Le signe $\approx$ signifie « proportionnel à ... ».

Au deuxième ordre près, on a, par conséquent,

$$\eta = \mathrm{A}uvu'_0 + \mathrm{B}v\tau',$$

la forme des coefficients de u'_0 et de τ' s'obtenant par des considérations d'invariance calquées sur celles classiques qui, en théorie cinétique, précisent la fonction de Chapman.

D'autre part, u, v et η étant des nombres sans dimensions, A et B sont respectivement de la forme $\mathrm{A} \approx \tau$, $\mathrm{B} \approx \sigma$.

Finalement, les deux termes du premier ordre de η devant être des constantes, en vertu du principe de similitude statistique,

$$\tau u'_0 = \text{const.}, \qquad \sigma\tau' = \text{const.}$$

Les constantes sont caractéristiques du fluide et des parois qui le limitent.

D'où la définition du changement d'échelle

$$\tau \approx \frac{1}{u'_0}, \qquad \sigma \approx \frac{1}{\tau'} \approx \frac{u'^2_0}{u''_0},$$

grâce auquel on retrouve immédiatement les expressions données, soit par Prandtl, soit par von Kàrman, du parcours moyen λ (*Mischungsweg*), du coefficient d'échange turbulent $\mathfrak{A}$ (*Austausch*) et de la force de frottement de surface $\mathfrak{T}$ (*Schubspannung*) $\lambda \approx \frac{u'_0}{u''_0}$, $\mathfrak{A} \approx \lambda^2 u'_0$, $\mathfrak{T} \approx \lambda^2 u'^2_0$.

Il est facile d'en déduire l'expression de la force de frottement de volume qui, introduite dans l'équation du mouvement, fournit une équation en u_0 qui détermine *le champ de la vitesse d'ensemble*, ce qui a donné lieu à des vérifications numériques excellentes dans le cas du mouvement turbulent au voisinage d'une paroi.

La théorie statistique de la turbulence s'annonce très fructueuse. En particulier, elle permet d'approfondir le sens de la similitude statistique, qui équivaut à la *quasi-uniformité de la probabilité* dans le milieu (condition évidemment nécessaire de la quasi-permanence du champ de probabilités, correspondant à celle du régime lui-même). Elle jette aussi un jour nouveau sur le passage du régime laminaire au régime turbulent.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur le passage de la déflagration au régime détonant dans les moteurs à essence.* Note [1] de M. **Max Serruys**, présentée par M. Jouguet.

Nous étions arrivé [2] à cette conclusion que, pour expliquer le mécanisme du choc et la formation de l'onde explosive dans le moteur à essence, il suffit de montrer comment une onde de pression à front raide peut y prendre naissance. Des indices convergents nous conduisent aujourd'hui à concevoir comme suit la formation de cette onde :

Pendant la combustion, la pression croît dans les gaz non brûlés et, par conséquent, la température aussi, en sorte qu'il arrive nécessairement un moment, si la pression s'élève suffisamment, où une petite portion de ces gaz, de température homogène, se trouve atteindre tout entière et au même instant, les conditions requises pour que les réactions y prennent une grande vitesse et que la combustion se produise sans délai (soit que le retard à l'inflammation soit rendu très faible par la valeur élevée de la température atteinte, soit que les réactions préliminaires correspondant au délai d'allumage aient eu le temps de se produire auparavant). Il est alors facile de calculer la durée de combustion, c'est-à-dire le temps nécessaire pour que la combustion de ce petit noyau gazeux, s'effectuant simultanément dans toute sa masse, libère la plus grande partie des calories qu'elle est susceptible de produire. On sait en effet que la vitesse d'une flamme se propageant dans le milieu considéré dépasse généralement 20^{m} par seconde, et que son épaisseur n'est guère supérieure en général à $0^{mm},2$. Cela correspond à une durée de combustion de 1/100000 sec environ. Ce serait donc en 1/100000 sec que le noyau considéré se trouverait porté d'une température initiale de 900° absolus environ à une température finale que nous pouvons estimer, en première approximation, à 2700° absolus environ.

Pour que la pression reste uniforme dans toute la chambre d'explosion, il faudrait donc que le volume du petit noyau pût tripler en 1/100000e de seconde. Et, si ce petit noyau a, par exemple, 1^{cm} d'étendue en tous sens, la vitesse des molécules situées à la périphérie, qui se trouvent primitive-

---

(1) Séance du 23 avril 1934.

(2) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1385.

ment au repos, devrait atteindre sensiblement

$$\frac{\sqrt[3]{3}-1}{2}\times 100000 = 22000 \text{ cm/sec environ.}$$

Or il est facile de calculer la surpression qui serait nécessaire pour engendrer une pareille vitesse, par détente adiabatique, dans un fluide dont la densité initiale est voisine de 100. On a en effet

$$V^2 = 2g\int_1^2 v\,dp = 2g\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1-\frac{1}{k}}\right],$$

ce qui donne, en prenant $k = 1,4 : p_2/p_1 = 4/3$. En supposant $p_1 = 30\,\text{kg/cm}^2$, on doit avoir une surpression $p_2 - p_1 = 10\,\text{kg/cm}^2$.

Une telle variation de pression, s'effectuant en 1/100000e de seconde seulement, constitue évidemment l'amorce d'une onde à front raide suffisamment puissante pour se propager dans le reste des gaz non brûlés sous forme d'onde explosive.

En réalité le phénomène est certainement beaucoup plus complexe que ce calcul sommaire ne le suppose, puisqu'il y a combustion et détente simultanées; il faut donc considérer le résultat obtenu comme une approximation assez grossière. Il n'en reste pas moins évident que la surpression engendrée par la combustion du petit noyau gazeux considéré, de température uniforme, dépend essentiellement des dimensions de celui-ci et doit même être sensiblement proportionnelle au carré de ses dimensions.

Il est donc nécessaire pour que l'onde explosive puisse prendre naissance, qu'un noyau gazeux homogène, de dimensions suffisantes, se trouve passer tout entier et simultanément par une température critique voisine de celle que M. Dumanois désigne sous le nom de deuxième température d'inflammation spontanée [1]. Nous désignerons ce phénomène sous le nom *d'inflammation nucléaire*.

---

[1] La première température d'inflammation spontanée, en effet, est, en général, trop rapidement dépassée pour que les réactions préliminaires qui y correspondent donnent lieu à un dégagement de chaleur important, en sorte que c'est sensiblement la deuxième température d'inflammation spontanée qui joue le rôle de température critique. De toutes façons, le retard à l'inflammation caractéristique des combustibles hydrocarburés et cette température critique à laquelle les réactions exothermiques prennent une très grande vitesse, dépendent de l'évolution thermique et piézométrique subie par les gaz combustibles pendant la compression et la combustion déflagrante.

Par contre, il est clair que s'il existe un gradient de température élevé dans une portion de la masse au moment où elle atteint la température critique, il n'y aura pas inflammation nucléaire, l'épaisseur du volume porté à la température critique, à un instant donné, étant trop faible pour engendrer une onde de pression puissante et, par suite, la détonation.

Ainsi s'explique que l'allumage par point chaud ne provoque presque jamais directement la détonation ([1]) puisque le gradient de température est généralement élevé au voisinage de ce point; de même, au voisinage de la flamme, dont l'épaisseur généralement faible ne peut donner lieu au phénomène d'inflammation nucléaire que nous venons de décrire.

Remarquons enfin que l'hypothèse que nous venons de formuler s'accorde avec les faits connus concernant l'influence des antidétonants sur la température d'inflammation spontanée et la tendance à l'allumage par point chaud (M. Dumanois).

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Définition et propriétés du centre de gravité en Mécanique ondulatoire.* Note de M. **Jean-Louis Destouches**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. Nous nous proposons dans cette Note de définir le centre de gravité d'un système en Mécanique ondulatoire, et d'établir des théorèmes analogues à ceux de Mécanique classique sur le mouvement du centre de gravité.

Nous appellerons *centre de gravité* d'un système de n corpuscules M_i de masses m_i un point G tel que, si on localisait tous les points du système, sa position serait donnée par

$$\mathcal{M}G = \Sigma m_i M_i \qquad (\mathcal{M} = \Sigma m_i).$$

On trouve que *la position moyenne de* G *est le centre de gravité des points moyens du système* et que l'écart quadratique moyen σ_X d'une coordonnée G autour de sa valeur moyenne est lié aux σ_{x_i} des points du système par $\mathcal{M}^2\sigma_x^2 = \Sigma m_i^2\sigma_{x_i}^2$.

En partieulier, si les n masses m_i sont égales et si σ_x est la moyenne quadratique des σ_{x_i}, on a $\sigma_X = n^{-1/2}\sigma_x$.

([1]) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 224.

2. La Mécanique classique impose que la valeur moyenne $\overline{\mathrm{P}}$ de la quantité de mouvement de G soit la somme des $\overline{p_i}$. Nous trouvons que $\vec{\mathrm{P}}$ est égal à la somme des $\vec{p_i}$, et nous constatons que $\sigma_{\mathrm{P}}^2 = \Sigma\sigma_{p_i}^2 = n\sigma_p^2$, σ_p^2 étant la moyenne des $\sigma_{p_i}^2$. On voit alors que le mouvement satisfait aux relations d'incertitude, car $\sigma_{\mathrm{X}}\sigma_{\mathrm{P}} \sim \sigma_x\sigma_p \sim h/2\pi$. Quant à la vitesse de G, elle sera en moyenne celle de la Mécanique classique et $\mathfrak{M}\sigma_{\mathrm{V}}$ est égal à σ_{P}. D'où $\sigma_{\mathrm{X}}\sigma_{\mathrm{V}} \sim h/2\pi\mathfrak{M}$.

Ceci montre que *plus la masse du système est grande, plus le mouvement de* G *se rapproche d'un mouvement classique et du point de vue des moments* σ, *il se comporte comme un corpuscule doué de la masse totale obéissant à la Mécanique ondulatoire.*

3. Cette propriété de G nous conduit à chercher à décrire son mouvement au moyen d'une équation d'ondes. Partons de celle du système ψ, et effectuons le changement de variable des x_i en X et ξ_i. Posons

$$\mathbf{p}_{x_i} = -\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial x_i}; \qquad \mathbf{P}_x = -\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial \mathrm{X}}; \qquad \varpi_{x_i} = -\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial \xi_i}.$$

Nous trouvons facilement, φ étant la nouvelle expression de ψ, que

$$\Sigma\mathbf{p}_i\psi = \mathbf{P}\varphi \quad \text{ou} \quad \Sigma\mathbf{p}_i \doteq \mathbf{P},$$

la seconde égalité étant une manière d'écrire la première. Nous l'énoncerons : *L'opérateur* **P** *quantité de mouvement de* G *est « correspondamment égal » à la somme des opérateurs* $\mathbf{p}_i$.

Puis, après quelques calculs, nous arrivons à un théorème qui correspond à celui de Kœnig : *L'opérateur force vive d'un système est correspondamment égal à l'opérateur force vive d'un corpuscule situé au centre de gravité et doué de la masse totale, augmenté de l'opérateur force vive du système dans le mouvement relatif par rapport à des axes de direction fixe menés par le centre de gravité.*

Nous obtenons ainsi la nouvelle équation d'ondes du système, en φ. Elle contient trois paramètres surabondants. Aussi les intégrales de volume qui interviennent dans les calculs ne doivent pas être prises dans tout l'espace à $3n+3$ dimensions, mais sur la multiplicité à $3n$ dimensions déterminée par les équations de liaison : c'est là une condition que nous estimons qu'il faut adopter dans tous les cas de paramètres surabondants.

4. Si **A** est un opérateur mécanique attaché au mouvement de G, il ne dépendra que de $\mathrm{X}^{\cdot}$, $\mathrm{Y}^{\cdot}$, $\mathrm{Z}^{\cdot}$, $\partial/\partial\mathrm{X}$, $\partial/\partial\mathrm{Y}$, $\partial/\partial\mathrm{Z}$; donc, pour calculer les pro-

babilités des valeurs de **A**, on devra intégrer φ par rapport aux ξ_i, η_i, ζ_i. Ceci conduit comme équation du mouvement du centre de gravité, si φ est égal à $\Phi.\Psi$, à

$$\frac{1}{2\mathfrak{M}}\mathbf{P}^2\Psi + \mathcal{V}_G\Psi = \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

avec

$$\mathcal{V}_G = V_1(X, Y, Z) + \overline{T}_r - \overline{H}_r; \qquad V_1 = \int \Phi^* v \Phi \, d\tau_1,$$

Si, au lieu d'intégrer par rapport aux ξ_i, η_i, ζ_i, nous intégrons par rapport à X, Y, Z, nous obtenons l'équation du mouvement relatif autour du centre de gravité

$$\sum \frac{1}{2m_i}\varpi_i^2\Phi + \mathcal{V}_r\Phi = \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

avec

$$\mathcal{V}_r = V_r + \frac{1}{2\mathfrak{M}}\overline{P^2} - \overline{H}, \qquad V_r = \int \Psi^* T \Psi \, dX \, dY \, dZ.$$

Comme φ peut toujours être développé sous la forme $\Sigma a_{ij}\Phi_i\Psi_j$, on en déduit que *tout mouvement d'un système peut être considéré comme un mélange de produits d'un mouvement autour du centre de gravité par un mouvement du centre de gravité*.

Conclusion. — Ainsi se trouvent établies les propriétés du centre de gravité en Mécanique ondulatoire. Elles correspondent bien à celles qu'il possède en Mécanique classique. Mais le centre de gravité a ici un rôle fondamental car, d'une part, en se comportant comme un corpuscule lourd, c'est grâce à lui qu'on peut relier les deux Mécaniques; d'autre part, il permet de justifier *a posteriori* l'introduction d'axes de référence, car on peut définir un *corps solide* comme un système de corpuscules tel que, si on le considère de toutes les manières possibles comme formant deux systèmes de masses du même ordre de grandeur, la distance moyenne des deux centres de gravité est constante.

ASTRONOMIE. — *Recherches sur les mouvements des étoiles* B. Note de M. **Henri Mineur**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. $\vec{V}(X, Y)$ désignant la vitesse d'ensemble des étoiles B au point x, y du plan galactique, j'ai calculé les développements numériques de X et Y suivant les puissances de x et y jusqu'aux termes du troisième degré par la méthode des moindres carrés, en utilisant 49 systèmes de valeurs

(x, y, X, Y) calculés récemment par M. Pierre Guintini et moi-même [1]; voici les résultats obtenus :

$$
\begin{aligned}
X = & -16,00_{\pm 0,44} + 2,74_{\pm 0,47} \cdot 10^{-2} x + 2,57_{\pm 0,40} \cdot 10^{-2} y \\
& - 0,01_{\pm 0,17} \cdot 10^{-4} x^2 + 0,55_{\pm 0,18} \cdot 10^{-4} xy - 0,01_{\pm 0,15} \cdot 10^{-4} y^2 \\
& - 0,15_{\pm 0,07} \cdot 10^{-6} x^3 - 0,28_{\pm 0,11} \cdot 10^{-6} x^2 y - 0,14_{\pm 0,07} \cdot 10^{-6} xy^2 + 0,00_{\pm 0,06} \cdot 10^{-6} y^3 \\
Y = & -7,13_{\pm 0,45} - 0,74_{\pm 0,45} \cdot 10^{-2} x + 0,33_{\pm 0,41} \cdot 10^{-2} y \\
& + 0,46_{\pm 0,17} \cdot 10^{-4} x^2 + 0,05_{\pm 0,18} \cdot 10^{-4} xy - 0,35_{\pm 0,15} \cdot 10^{-4} y^2 \\
& - 0,05_{\pm 0,07} \cdot 10^{-6} x^3 - 0,25_{\pm 0,11} \cdot 10^{-6} x^2 y - 0,04_{\pm 0,06} \cdot 10^{-6} xy^2 - 0,09_{\pm 0,06} \cdot 10^{-6} y^3,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Phi = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} = & -3,31_{\pm 0,60} \cdot 10^{-2} + 0,37_{\pm 0,33} \cdot 10^{-4} x + 0,07_{\pm 0,35} \cdot 10^{-4} y \\
& + 0,13_{\pm 0,24} \cdot 10^{-6} x^2 - 0,22_{\pm 0,26} \cdot 10^{-6} xy - 0,04_{\pm 0,19} \cdot 10^{-6} y^2.
\end{aligned}
$$

Le rotationnel Φ du vecteur $\vec{V}$ paraît pratiquement constant dans le champ étudié.

2. J'ai déterminé les corrections à apporter aux développements de X et Y pour tenir compte de l'absorption de la lumière dans l'espace interstellaire. Dans le cas présent ces corrections sont très petites.

3. J'ai cherché à identifier le vecteur $\vec{V}$ défini par les formules obtenues avec la vitesse qu'auraient les étoiles dans une rotation pure, c'est-à-dire dans une rotation avec une vitesse angulaire Ω fonction de la distance R au centre donnée par un développement tel que

$$\Omega(R) = \beta_0 + \beta_1(R - R_0) + \beta_2(R - R_0)^2 + \beta_3(R - R_0)^3,$$

R_0 étant la distance du Soleil au centre. L'identification se fait par la méthode des moindres carrés avec des erreurs moyennes élevées pour les inconnues β, ceci prouve que $\vec{V}$ n'est pas représentable par une rotation pure.

4. Je décompose $\vec{V}$ en une somme de deux vecteurs $\vec{V}'$ et $\vec{V}''$, dont le premier doit représenter une rotation pure. $\vec{V}''$ est défini à 8 constantes près comme ayant une divergence égale à celle de $\vec{V}$ et un rotationnel nul; mais, en identifiant $\vec{V}'$ avec les formules théoriques d'une rotation pure, on peut déterminer par la méthode des moindres carrés les 8 constantes nouvelles et les β, on trouve ainsi en supposant que le centre a pour coor-

(1) *Bulletin astronomique*, 8, v, 1933, p. 228.

données : $l_0 = 330^\circ$, $R_0 = 10000$, que le vecteur rotation des étoiles B est

$$\begin{aligned}
X' = \; & 152,0 + 1,20.10^{-2}x + 2,35.10^{-2}y \\
& + 0,04.10^{-4}x^2 - 0,06.10^{-4}xy - 0,08.10^{-4}y^2 \\
& - 0,01.10^{-6}x^3 - 0,12.10^{-6}x^2y + 0,14.10^{-6}xy^2 + 0,05.10^{-6}y^3; \\
Y' = & + 263,3 - 0,96.10^{-2}x - 1,20.10^{-2}y \\
& + 0,16.10^{-4}x^2 - 0,09.10^{-4}xy + 0,07.10^{-4}y^2 \\
& - 0,00.10^{-6}x^3 + 0,03.10^{-6}x^2y + 0,12.10^{-6}xy^2 - 0,05.10^{-6}y^3; \\
\Omega(R) = & - 3,04.10^{-2} + 2,77.10^{-6}(R - R_0) \\
& - 0,094_{\pm 0,038}.10^{-8}(R - R_0)^2 + 0,180_{\pm 0,007}.10^{-10}(R - R_0)^3,
\end{aligned}$$

R et R_0 étant exprimés en parsec et Ω en km/sec^{-1} parsec^{-1}.

D'après l'expression de Ω, V' est représentable par la théorie de Cort avec

$$A = + 0,014, \quad B = - 0,016,$$

et les termes en $(R - R_0)^2$ et $(R - R_0)^3$ sont négligeables dans le champ étudié, sauf aux bords de ce champ où les données sont moins certaines.

Ces résultats sont favorables à l'hypothèse galactique simple.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *L'électron magnétique et le principe de correspondance de Th. De Donder et J. M. Whittaker.* Note [1] de M. **J. Géhéniau**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. Les équations des champs gravifiques et électromagnétiques peuvent se déduire, comme l'a montré Th. De Donder [2], d'un principe variationnel appliqué à la fonction caractéristique

$$(1) \qquad \mathfrak{M}^g - \mathfrak{N} W^2 + \mathfrak{M}^{(m)} + \mathfrak{M}^{(m,e)} + \mathfrak{M}^{(e)}.$$

D'autre part, les équations gravifiques, électromagnétiques et ondulatoires peuvent se déduire, comme l'a montré J. M. Whittaker [3], d'un autre principe variationnel appliqué à la nouvelle fonction caractéristique

$$(2) \qquad \mathfrak{M}^g + \mathfrak{M}^{(e)} + \mathfrak{M}^{(ph)}.$$

---

[1] Séance du 23 avril 1934.

[2] *Mém. des Sc. math.*, fasc. 58, 1912. Pour les notations non expliquées ici, voir Chapitres I et IV de ce fascicule.

[3] *Proc. of the R. Society*, série A, **121**, 1928, p. 543.

Le *principe de correspondance* de Th. De Donder et J. M. Whittaker (associé à l'électron magnétique) consiste à identifier les champs électromagnétiques et gravifiques déduits de ces deux principes variationnels. Il exprime, d'une façon générale, le *raccordement statistique* entre la physique quantique et la physique classique dont parlait L. de Broglie dans une de ses conférences [1].

2. Dans cette Note, je modifierai légèrement l'expression (1) en prenant

$$\mathfrak{M}^{(e)} = \frac{\sqrt{-g}}{2} g^{\alpha\beta} g^{\mu\nu} (\Phi_{\alpha,\mu} - \Phi_{\mu,\alpha})(\Phi_{\beta,\nu} - \Phi_{\nu,\beta}) \qquad \text{où} \qquad \mathcal{H}^{\overline{\mu\nu}}_{\times} = \Phi_{\mu,\nu} - \Phi_{\nu,\mu}, \tag{3}$$

$$\mathfrak{M}^{(m,e)} = 2\,D^{\alpha}\Phi_{\alpha} \tag{4}$$

où

$$D^{\alpha} = C^{\alpha} + R^{\alpha\beta}{}_{.\beta} \qquad (\alpha, \beta, \mu, \nu = 1, \ldots, 4). \tag{5}$$

La fonction (2) ne dépend alors que des potentiels gravifiques $g_{\alpha\beta}$, électromagnétiques Φ_α et photoniques P_α, Q_α, ces huit dernières fonctions remplaçant les quatre fonctions Ψ_α de Dirac.

3. Nous ne nous occuperons ici que des relations concernant le courant total D^α, le tenseur de polarisation $R^{\alpha\beta}$, la densité massique N, la force mécanique électromagnétique $F^{\alpha}_{(e)}$. Toutes ces grandeurs seront exprimées en fonction des potentiels $g_{\alpha\beta}$, Φ_α, P_α, Q_α uniquement. Nous obtenons ainsi [2]

$$D^{\alpha} = \frac{e}{mc^3} \left\{ U^{\alpha\beta} P^{\times}_{\beta} - U^{\alpha\beta}_{\star} Q^{\times}_{\beta} + S P^{\times\alpha} - B Q^{\times\alpha} + \text{conjuguée} \right\}, \tag{6}$$

$$R^{\alpha\beta} = k(S U^{\times\alpha\beta} - B U^{\times\alpha\beta}_{\star}) + \text{conjuguée}, \tag{7}$$

où ik est une constante réelle. De la relation [3]

$$N u^{\alpha} u^{\beta} + P^{\alpha\beta} = M^{\alpha\beta},$$

on déduit

$$F^{\alpha}_{(e)} = M^{\alpha\beta}{}_{.\beta} \tag{8}$$

et

$$N = 2(-P^{\alpha} P^{\times}_{\alpha} + Q^{\alpha} Q^{\times}_{\alpha}). \tag{9}$$

---

[1] *Arch. Sciences physiques et naturelles* (Genève), 5e période, 15, 1933, p. 479.

[2] TH. DE DONDER, *loc. cit.*, p. 47, form. (269). Notre potentiel Q_α est égal au potentiel Q_α de ce travail, *changé de signe*.

[3] TH. DE DONDER, *loc. cit.*, form. (274).

4. *Champ de Dirac.* — Dans ce cas, les seconds membres de (6) et (9) donnent exactement les expressions des densités de valeurs moyennes de la théorie de Dirac correspondant respectivement au courant total et à la masse propre de l'électron. Mais (7) donne, pour les composantes R^{14} et R^{23}, des valeurs un peu différentes de celles obtenues par la théorie de Dirac. Nous comptons exposer ces résultats, d'une façon plus détaillée, dans un travail ultérieur.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur un système de matrices réelles qui intervient dans la théorie de l'électron magnétique lorsqu'on se place dans l'espace-temps de la relativité restreinte.* Note (1) de M. **Bernard Kwall**, présentée par M. L. de Broglie.

Nous avons démontré récemment (2) qu'à deux spineurs de premier rang correspond dans l'espace-temps une grandeur géométrique à 8 composantes (deux fois 4 composantes), que nous appellerons bineur, dont les lois de transformations sont :

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned}
X'_1 &= c_4 X_1 + c_3 X_2 - c_2 X_3 - c_1 X_4 + d_4 Y_1 + d_3 Y_2 - d_2 Y_3 - d_1 Y_4,\\
X'_2 &= -c_3 X_1 + c_4 X_2 + c_1 X_3 - c_2 X_4 - d_3 Y_1 + d_4 Y_2 + d_1 Y_3 - d_2 Y_4,\\
X'_3 &= c_2 X_1 - c_1 X_2 + c_4 X_3 - c_3 X_4 + d_2 Y_1 - d_1 Y_2 + d_4 Y_3 - d_3 Y_4,\\
X'_4 &= c_1 X_1 + c_2 X_2 + c_3 X_3 + c_4 X_4 + d_1 Y_1 + d_2 Y_2 + d_3 Y_3 + d_4 Y_4.\\
Y'_1 &= -d_4 X_1 - d_3 X_2 + d_2 X_3 + d_1 X_4 + c_4 Y_1 + c_3 Y_2 - c_2 Y_3 - c_1 Y_4,\\
Y'_2 &= d_3 X_1 - d_4 X_2 - d_1 X_3 + d_2 X_4 - c_3 Y_1 + c_4 Y_2 - c_1 Y_3 - c_2 Y_4,\\
Y'_3 &= -d_2 X_1 + d_1 X_2 - d_4 X_3 + d_3 X_4 + c_2 Y_1 - c_1 Y_2 + c_4 Y_3 - c_3 Y_4,\\
Y'_4 &= -d_1 X_1 - d_2 X_2 - d_3 X_3 - d_4 X_4 + c_1 Y_1 + c_2 Y_2 + c_3 Y_3 + c_4 Y_4,
\end{aligned}\right.$$

c_1, c_2, c_3, c_4 et d_1, d_2, d_3, d_4 étant les paramètres de la représentation quaternionienne de Cayley du groupe de Lorentz.

La possibilité de former des tenseurs par des combinaisons bilinéaires entre les composantes du bineur tient à l'existence de deux représentations des quaternions à l'aide des matrices réelles à 4 lignes et à 4 colonnes, qui

(1) Séance du 23 avril 1934.

(2) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 907-909.

sont les suivantes :

$$
(2)\quad
\begin{cases}
\varepsilon_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad
\varepsilon_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad
\varepsilon_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \\
e_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad
e_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad
e_3 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \\
\varepsilon_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.
\end{cases}
$$

On en déduit, par multiplication, un système de 16 matrices, dont 8 seulement suffisent pour engendrer les composantes des grandeurs tensorielles qui interviennent dans l'électron magnétique de Dirac [1].

On a en effet :

$$
(3a)\quad
\begin{cases}
j_1 \sim Y\varepsilon_1 X - X\varepsilon_1 Y, \qquad j_3 \sim Y\varepsilon_3 X - X\varepsilon_3 Y, \\
j_2 \sim Y\varepsilon_2 X - X\varepsilon_2 Y, \qquad \frac{1}{i} j_4 \sim Y\varepsilon_4 Y + X\varepsilon_4 Y, \\
j_\nu = \hat{\varphi}\varepsilon_\nu\varphi;
\end{cases}
$$

$$
(3b)\quad
\begin{cases}
\mu_{32} = \mathfrak{I}_1 \sim -Ye_3\varepsilon_1 Y + Xe_3\varepsilon_1 X, \qquad \mu_{14} = \mathcal{J}_1 \sim Ye_3\varepsilon_1 X + Xe_3\varepsilon_1 Y, \\
\mu_{13} = \mathfrak{I}_2 \sim -Ye_3\varepsilon_2 Y + Xe_3\varepsilon_2 X, \qquad \mu_{24} = \mathcal{J}_2 \sim Ye_3\varepsilon_2 X + Xe_3\varepsilon_2 Y, \\
\mu_{21} = \mathfrak{I}_3 \sim -Ye_3\varepsilon_3 Y + Xe_3\varepsilon_3 X, \qquad \mu_{34} = \mathcal{J}_3 \sim Ye_3\varepsilon_3 X - Xe_3\varepsilon_3 Y, \\
\mathfrak{I}_\nu + i\mathcal{J}_\nu = \varphi e_3\varepsilon_\nu\varphi;
\end{cases}
$$

$$
(3c)\quad
\begin{cases}
S_1 \sim -Ye_3\varepsilon_1 Y - Xe_3\varepsilon_1 X, \qquad S_3 \sim -Ye_3\varepsilon_3 Y - Xe_3\varepsilon_3 X, \\
S_2 \sim -Ye_3\varepsilon_2 Y - Xe_3\varepsilon_2 X, \qquad \frac{1}{i} S_4 \sim \ Ye_3\varepsilon_4 X - Xe_3\varepsilon_4 Y, \\
S_\nu \sim -\varphi^* e_3 e_\nu\varphi;
\end{cases}
$$

$$
(3d)\quad
\begin{cases}
\Omega_1 \sim Y\varepsilon_4 Y - X\varepsilon_4 X, \qquad \Omega_2 \sim -Y\varepsilon_4 X - X\varepsilon_4 Y, \\
\Omega_1 + i\Omega_2 = -\varphi\varepsilon_4\varphi.
\end{cases}
$$

(On a posé $\varphi = X + iY$, $\varphi^* = X - iY$, $\hat{\varphi} = iX + Y$.)

Remarquons aussi que les équations (1) peuvent revêtir, grâce aux opé-

---

[1] Cf. L. DE BROGLIE, *L'électron magnétique.*

rateurs e_ν, la forme symbolique suivante :

$$(1') \qquad X'_\nu = ce_\nu X + de_\nu Y, \qquad Y'_\nu = -de_\nu X + ce_\nu Y.$$

Indiquons également que le système de 16 matrices, envisagé ici, permet d'obtenir les 16 formes bilinéaires entre les composantes de deux quaternions, qui interviennent dans la représentation du groupe le plus général des rotations dans l'espace à 4 dimensions (groupe de Lorentz) par la formule de Cayley [1].

CHALEUR. — *Comment aborder les problèmes de propagation de la chaleur, avec frontières fixes, lorsque les propriétés thermiques du milieu dépendent de la température.* Note de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Marcel Brillouin.

Pour étudier les propriétés les plus typiques de la propagation de la chaleur (flux de chaleur sur une des faces d'un corps indéfini, brusquement portée à une température différente; apparition, en un point éloigné, de la perturbation ainsi provoquée), il est commode de posséder une solution de la forme $T = f(u)$, avec $u = x : \sqrt{t}$. On exprime en effet très facilement, dans ce cas, les conditions initiales : le corps est initialement à température uniforme, ce qui donne $T = T_0$ pour $u = \infty$; et la face $x = 0$ est brusquement portée, et maintenue, à la température T_1, ce qui donne $T = T_1$ pour $u = 0$; de plus la forme trouvée, dans les problèmes classiques, pour la fonction f, se prête très bien à l'étude de T pour les grandes valeurs de u, c'est-à-dire pour les petites valeurs du temps t.

Nous avons reconnu que, tout au moins dans les problèmes à une dimension, l'équation la plus générale de la chaleur (chaleur spécifique volumique $c\rho$, et conductibilité k, fonctions de la température) avait une solution particulière $T = f(u)$ [et même plus généralement $T = f(u)t^i$], et nous allons indiquer comment cette circonstance permet d'intégrer effectivement le problème dont nous avons parlé dans une Note récente [2] : répartition des températures dans une masse gazeuse, supposée indéfinie, au contact d'une paroi froide, et portée brusquement à une température extrêmement élevée (mélange combustible dans les moteurs à explosion).

(1) *J. de Crelle*, **50**, 1855, p. 299; *Math. Papers*, Cambridge, **2**, 1899, p. 202.

(2) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1302.

Soient $T_0 = 2400°K$, la température des gaz, $T_1 = 600°K$, celle de la paroi. Dans cet intervalle, la conductibilité varie à peu près suivant la loi $k = b\sqrt{T}$, $c\rho$ pouvant être considéré comme constant.

En posant $\sqrt{f(u)} = T_0\varphi(u)$, $u = v\sqrt{bT_0 : c\rho}$, la fonction $\varphi(v)$ est donnée par l'équation différentielle normalisée : $2\varphi\varphi'' + 4\varphi'^2 + v\varphi' = 0$. Nous devons exprimer que, pour $v = 0$, $\varphi = a_0$ (valeur donnée par le rapport $T_1 : T_0$), et que, pour $v = \infty$, $\varphi = 1$.

Au voisinage de $v = 0$, φ peut se représenter par la série convergente

$$(1)\qquad \varphi = a_0 + a_1 v - a_2 v^2 + a_3 v^3 - \ldots.$$

et l'équation différentielle permet de calculer les a_i en fonction de a_0 et a_1.

Au voisinage de l'infini, φ étant voisin de 1, φ' est infiniment petit, et l'allure de φ est donnée par l'équation $2\varphi'' + v\varphi' \sim 0$, d'où, pour φ, le terme $e^{-\frac{v^2}{4}}$, que l'on devra multiplier par une fonction d'allure neutre, en l'espèce une série entière en $1 : v$, $P(1 : v)$; et l'équation complète n'étant pas linéaire, il faut introduire des termes analogues, avec les exponentielles $e^{-2\frac{v^2}{4}}$, $e^{-3\frac{v^2}{4}}$, ... Finalement, on représente φ par le développement « asymptotique »

$$(2)\qquad \varphi = 1 + \lambda P_1 e^{-\frac{v^2}{4}} - \lambda^2 P_2 e^{-2\frac{v^2}{4}} + \lambda^3 P_3 e^{-3\frac{v^2}{4}} - \ldots,$$

λ est un paramètre; les P sont des développements alternés, à coefficients numériques, suivant les puissances paires de $1 : v$, commençant respectivement par des termes en $1 : v^2$, $1 : v^4$, ..., qui sont donnés par des équations linéaires du second ordre, et que l'on calcule successivement par identification.

Pour exprimer utilement la condition à l'origine, et la condition à l'infini, il faudrait raccorder les deux développements. En donnant aux paramètres des valeurs numériques, on pourrait tenter le raccordement en calculant numériquement les deux développements, mais ici, on serait arrêté par le fait que, d'une part, les séries P, qui sont elles-mêmes des développements asymptotiques, sont divergentes, et ne peuvent donner de résultats approchés que pour les grandes valeurs de v; et que, d'autre part, le rayon de convergence de la série (1) étant assez petit, les développements (1) et (2) ne se prêtent pas au calcul de φ pour la même valeur de v.

Nous avons résolu la difficulté en utilisant un artifice donné par Euler,

pour accélérer la convergence des séries, et transformer les séries divergentes en ce qu'on appelle aujourd'hui séries asymptotiques (effectivement divergentes, mais paraissant converger d'abord rapidement, et fournissant la somme de la série avec une erreur moindre que le premier terme négligé) :

La somme S de la série alternée $u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \ldots$ est la valeur $g(1)$ de la fonction $g(x) = u_1 x - u_2 x^2 + u_3 x^3 \ldots$. Faisant la transformation $x = y:(1-y)$, on trouve que S est la valeur $h(1:2)$ de la fonction $h(y) = u_1 y - \Delta_1(u) y^2 + \ldots$, les Δ représentant les différences successives des u. La convergence est accélérée, ou la divergence atténuée, puisque les Δ croissent moins vite que les u, si l'allure des u est régulière, et surtout parce que les Δ sont multipliés par les puissances successives de $1:2$. S'il s'agit d'une série divergente, on met de côté les premiers termes devenus décroissants s'il y en a, et l'on recommence.

En opérant ainsi, nous avons obtenu pour le problème numérique posé, la valeur de a_1 et celle de λ (a_0 est ici égal à $1:2$), en identifiant les développements (1) et (2) pour $v = \sqrt{2}$, et pour $v = 2$. On trouve pour a_1 la valeur 0,71. Il en résulte immédiatement le calcul de la chaleur cédée par le gaz à la paroi, par unité de surface, pendant les premiers instants, $Q = 2(T_0 - T_1)\sqrt{k_m c \rho t : \pi}$. C'est la formule que l'on obtiendrait dans l'hypothèse classique d'une conductibilité constante; seulement k_m représente sensiblement la conductibilité pour la température $\sqrt{T_0 T_1}$.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la force électromotrice produite par l'écoulement de la vapeur d'eau.* Note de M. **Albert Milhoud**, présentée par M. Ch. Fabry.

La vapeur d'eau saturée s'électrise positivement quand elle s'écoule sous pression, à travers des tubes étroits.

D'après les recherches très anciennes d'Armstrong [1] et de Faraday [2], cette électrisation serait due au frottement des gouttelettes d'eau entrainées par la vapeur. De toute façon, il se produit entre le fluide entrant et le fluide sortant des tubes une différence de potentiel qui dépend de la différence de pression qui produit l'écoulement.

---

(1) *Ann. de Chim. et Phys.*, 3e série, 7, 1843, p. 401.
(2) *Ann. de Chim. et Phys.*, 3e série, 10, 1844, p. 88.

Dans une première série d'expériences, j'ai fait passer de la vapeur dans des tubes en verre de très petits diamètres ($0^{mm},5$ à $1^{mm},5$) et de différentes longueurs. Les tubes en essai communiquaient, d'une part avec une petite chaudière isolée, dont la pression effective pouvait varier de 0 à 5 kg/cm², d'autre part avec un réservoir où l'on pouvait maintenir une pression d'environ 0,3 kg/cm². Le diamètre extérieur des tubes était de 10^{mm} environ, la paroi épaisse pouvant supporter de fortes pressions.

J'ai utilisé d'abord des longueurs de 1^{m} réduites ensuite à 50^{cm} et 20^{cm}. La différence de potentiel était mesurée au moyen d'un électromètre à quadrants filiformes Villey-Bouty. J'ai contrôlé les résultats obtenus en employant cet appareil suivant les deux modes classiques de montage hétérostatique et idiostatique.

J'ai constaté que, pour un tube donné, cette différence de potentiel varie linéairement avec la pression d'admission, la pression d'échappement au condenseur restant sensiblement constante. Elle est d'autant plus élevée que la section du tube est plus forte, le débit étant dans les conditions de ces expériences proportionnel à la pression initiale.

La vitesse d'écoulement évaluée en mesurant l'eau débitée par la chaudière, en un temps donné, n'a pas atteint de grande valeur, en raison de la finesse des tubes.

J'ai remplacé alors les tubes de verre par des tuyères convergentes-divergentes à section circulaire, en matière isolante, de mêmes diamètres au col, et dont les profils ont été établis pour obtenir une détente progressive jusqu'à la pression d'échappement.

Si la vapeur, ou tout autre fluide compressible, s'écoule d'un réservoir où la pression est P dans une enceinte où règne une pression inférieure p, la pression au col de la tuyère ne s'abaisse que jusqu'à une pression qui ne peut être inférieure à la pression critique $P_c = 0,58P$, pour la vapeur saturée. Si p est plus petite que 0,58P, la vapeur se détend dans la partie divergente de 0,58P à p. Dans le cas où la tuyère est évasée, c'est-à dire si l'ouverture du cône au sommet dépasse 10°, la veine de vapeur se décolle de la paroi et est le siège de mouvements vibratoires qu'on distingue nettement au son.

La différence de potentiel prend alors de grandes valeurs, plusieurs milliers de volts. Les mesures sont faites avec un voltmètre électrostatique industriel et j'ai constaté que, pour une tuyère donnée et une longueur déterminée de la masse du fluide comprise entre le col et l'endroit où l'on mesure la tension, la f. e. m. varie encore linéairement avec la pression.

La pression d'échappement p étant constante, si l'on augmente la pression d'admission P, la pression critique augmente et atteint la valeur pour

laquelle la vapeur se détend dans la partie divergente quand la pression P est égal à $p/0,58 = 1,73\,p$. La vitesse dans le col de la tuyère varie alors très peu, mais la f. e. m. produite s'élève brusquement dès que la pression dépasse la pression critique. Il y a comme un amorçage de la tension qui monte très rapidement, *le rapport de la f. e. m.* E *à la différence de pression* $P_c - p$ *étant alors constant.*

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

Variation de la F. E. M. en fonction de la pression.
Tuyère en bois bakélisé à ajutage conique divergent.
Diamètre au col : $1^{mm},5$. — Ouverture du cône : 15°.
L'échappement se fait à la pression atmosphérique ($p = 1000^g/cm^2$).
La vapeur se condense sur les parois d'un tuyau cylindrique ouvert.

P abs (g/cm²).	P (g/cm²).	$P_c - p$ (g/cm²).	$\frac{p}{P}$.	I (g/sec).	V_r (m/sec).	E (volts).	$\frac{E}{P_c - p}$.
1200	–	–	0,84	très faible		–	–
1400	–	–	0,72	0,14	100	–	–
1600	–	–	0,63	0,28	180	–	–
1750	1010	10	0,58	0,56	314	très faible	
1900	1100	100	0,52	0,6	316	700	7
2000	1160	160	0,5	0,63	318	1200	7,5
2200	1270	270	0,45	0,71	320	2000	7,4
2500	1440	440	0,40	0,79	322	3000	6,8
3000	1730	730	0,33	0,95	326	5000	6,8

P est la pression absolue = la pression lue au manomètre + 1 kg/cm² (approximation suffisante);
p est la pression d'échappement;
I est le débit de la vapeur en g/sec mesuré par la diminution de l'eau contenue dans la chaudière;
V_r est la vitesse réelle de l'écoulement en m/sec calculée d'après la formule $V_r = I/\pi s$;
π est le poids spécifique de la vapeur;
E est la différence de potentiel en volts.

On remarque ainsi que le *changement d'allure du phénomène électrique correspond au passage de l'écoulement du fluide en régime turbulent.* Ce régime s'établit brusquement et reste stable. La f. e. m. produite est en rapport avec les mouvements tourbillonnaires des particules du fluide.

En observant la tension en différents points d'un rayon d'une section de sortie du fluide, il semble que le phénomène soit localisé dans la couche limite. D'autre part, il est lié à la présence de gouttelettes d'eau dans la vapeur, une surchauffe de 30° supprimant complètement l'électrisation.

En même temps que la f. e. m. j'ai évalué la puissance produite, d'une part en notant le temps de charge d'un condensateur de capacité connue, d'autre part en faisant tourner un petit moteur électrostatique. J'ai constaté que la f. e. m. diminue avec la charge et il faut une plus grande pression pour obtenir la même tension en charge.

PHYSIQUE. — *Sur l'interférence des ondes radioélectriques courtes dans le cas de superpropagation.* Note de M. N. **Stoyko**, présentée par M. Ernest Esclangon.

En 1933, à l'occasion des travaux de détermination des longitudes mondiales, le Bureau international de l'Heure (B. I. H.) a enregistré, entre autres, les signaux rythmés émis par Saïgon sur $\lambda = 18^{m},51$ à 11^{h} t. m. Gr. A partir du 1er novembre la réception a présenté un phénomène curieux : chaque signal émis par Saïgon a donné, sur la bande du chronographe, deux signaux identiques se succédant à des intervalles très courts.

Le temps écoulé entre le début du premier signal enregistré et le début du second a été trouvé égal à $0^{s},06878$ de T. S. soit $0^{s},06859$ de T. M., d'après les résultats de réception du 1er novembre au 14 décembre inclus.

Le premier signal (direct) correspond aux ondes qui se sont propagées suivant le plus petit arc du grand cercle Saïgon-Paris; le second (indirect), aux ondes qui ont suivi le plus grand arc (ondes de superpropagation).

Si l'on suppose que les ondes se propagent le long de la surface du sol, on trouve comme différence entre les longueurs des deux chemins suivis $19739^{km},7$, ce qui correspond à une vitesse de 287000 km-sec. sid., soit à 287800 km-sec. m. Cette valeur est en bon accord avec celle trouvée en 1930 par M. R. Jouaust et nous-même par une méthode analogue [1].

Comme la durée des signaux rythmés de Saïgon ($0^{s},117$) est plus grande que l'intervalle séparant les arrivées de chacune des deux ondes, il y a, pendant un court instant, superposition de ces deux ondes. Cette superposition a donné lieu à un effet d'interférence que nous avons pu étudier.

En premier lieu, quand les deux ondes arrivent en concordance de phases, chaque signal émis donne sur la bande une inscription en chapeau. La bosse de ce chapeau décèle l'accroissement d'amplitude provoqué

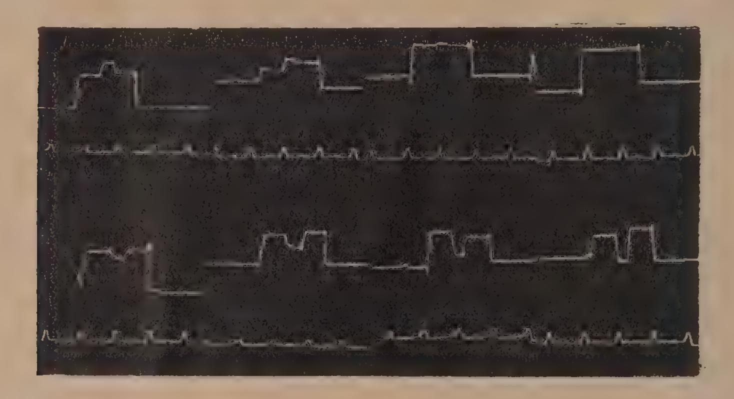
---

[1] *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1207.

par la superposition du signal direct et du signal indirect qui agissent dans le même sens, tandis que chacune des ailes correspond respectivement, la première au signal direct, seul; la seconde au signal indirect, seul.

En second lieu, quand il y a augmentation de la différence de phases des ondes directes et indirectes, la bosse du chapeau diminue de hauteur, puis s'abaisse au niveau des ailes pour ne plus donner que l'inscription d'un signal allongé.

Puis, quand la différence de phases des deux ondes augmente encore, il y



a un abaissement au milieu du signal allongé, dont la profondeur est variable suivant la différence de phases.

Enfin, quand les deux ondes arrivent en opposition de phases, on a, sur la bande, l'inscription de deux signaux, chacun d'une durée plus faible que la durée réelle du signal émis par Saïgon, et tous deux séparés par un trou qui correspond à la partie où il y a superposition des deux ondes.

Sur la figure, nous donnons les différentes phases enregistrées au B. I. H. sur un chronographe Boulitte, dont la bande se déroulait à la vitesse de 5^{cm} à la seconde de t. sid. Le tracé qui se trouve au-dessous de celui des signaux est l'inscription du temps. Les portions de droite comprises entre deux crochets consécutifs représentent des dixièmes de seconde, l'enregistrement de la pendule de comparaison se faisant au B. I. H. avec fractionnement automatique de la seconde au moyen d'un appareil à lampes dû à MM. Abraham et Planiol.

Le déplacement du poste récepteur des signaux doit changer la succession des interférences. En examinant les bandes de réception de mêmes signaux reçus simultanément à Paris et à Alger, nous avons trouvé parfois

la concordance des phases pour des signaux communs, mais, le plus souvent, les phases ont été différentes.

Sur la proposition de M. R. Jouaust, on a fait au B. I. H. la réception des signaux de Saïgon sur deux récepteurs éloignés de 50m environ l'un de l'autre. Les résultats trouvés ont confirmé les conclusions précédentes sur le phénomène local des interférences.

MAGNÉTISME. — *Propriétés magnétiques du cérium, du lanthane et du néodyme metalliques à diverses températures.* Note (1) de M. **F. Trombe**, transmise par M. Pierre Weiss.

Les éléments de terres rares utilisés dans cette étude (2) ont été refondus dans un creuset de fluorine (3) sous un vide élevé, ils sont spectrographiquement exempts de calcium et présentent des traces de silicium (de l'ordre de 0,05 pour 100; la teneur en fer varie de 0,02 à 0,005 pour 100). Ils paraissent plus purs que ceux dont on avait antérieurement étudié les propriétés magnétiques, en particulier le cérium de M. Owen (4) avait une densité différente de celle de mes échantillons et supérieure à la densité calculée par L. L. Quill (5). Les métaux étudiés par E. H. Williams (6), y compris le néodyme, avaient une susceptibilité fortement variable avec le champ.

L'appareil de mesures magnétiques est du type décrit par Foëx et Forrer (7). Pour les essais à différentes températures, le métal, contenu dans une capsule de quartz, est placé à l'intérieur d'un thermomètre à résistance d'or sensible à une fraction de degré; le thermomètre, solidaire de l'équipage mobile de l'appareil, pénètre dans la partie inférieure d'un cryostat (8) parcouru par un courant d'hydrogène pur.

Le cérium, le lanthane et le néodyme ont d'abord été étudiés dans différents champs à la température de 16°.

(1) Séance du 23 avril 1934.

(2) Maurice Billy et Félix Trombe, *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 421; Félix Trombe, *Ibid.*, **194**, 1932, p. 1653, et **196**, 1933, p. 704.

(3) A. Damiens, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1235.

(4) *Annalen der Physik*, **37**, 1912, p. 657.

(5) *Z. anorg. Chem.*, **208**, 1932, p. 273.

(6) *Phys. Rev.*, **29**, 1927, p. 218.

(7) *J. de Phys.*, 6e série, **7**, 1926, p. 180.

(8) Paule Collet et G. Foëx, *J. de Phys.*, 7e série, **2**, 1931, p. 290.

	Champ voisin de		
	9300 gauss.	7200 gauss.	3000 gauss.
Lanthane $\chi.10^6$	1,185	1,19	1,21
Cérium $\chi.10^6$	17,60	17,61	17,94
Néodyme $\chi.10^6$	39,51	39,55	39,48

Pour le cérium et le lanthane, on constate une légère diminution de χ en fonction du champ. Pour le néodyme, χ est sensiblement constant et l'on peut conclure à l'absence de fer libre dans le métal. L'étude magnétique à différentes températures est faite dans un champ constant voisin de 7000 gauss. Les résultats sont résumés dans les courbes suivantes [variation de $1/\chi$ en fonction de T (température absolue)].

A basse température, le cérium possède des propriétés magnétiques compliquées : 1° à 99° K. son coefficient d'aimantation passe de la valeur $53,8.10^{-6}$ dans 3000 gauss à la valeur $39,0.10^{-6}$ dans 7000 gauss; 2° il paraît exister deux états (*fig.* 1); le passage de l'un à l'autre a lieu à des

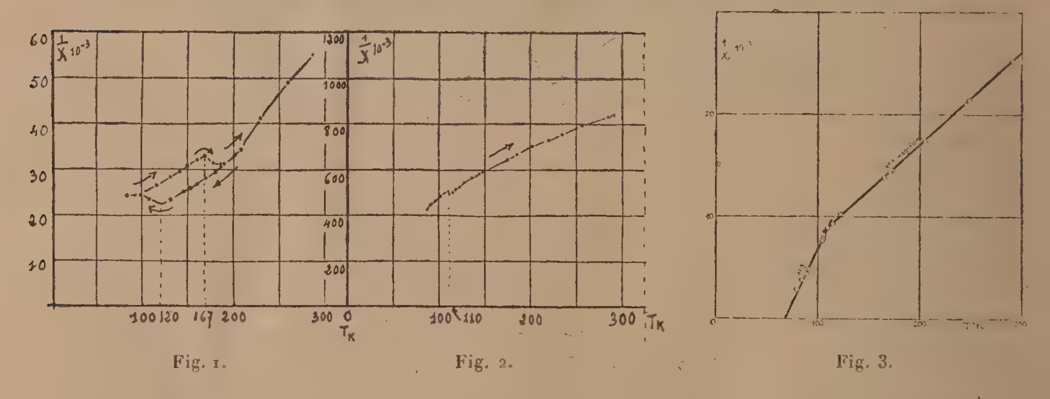


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

températures différentes à l'échauffement et au refroidissement. La transformation n'est pas accompagnée d'un dégagement de chaleur notable.

Le lanthane (*fig.* 2) possède un paramagnétisme très faible décroissant quand la température s'élève, un décrochement de la courbe, correspondant à environ 2 pour 100 de la valeur de χ, se produit à 110° K.

Le néodyme, de la température ordinaire à 109° K., donne une droite parfaitement définie (le moment est égal à 17,8 magnétons de Weiss) ($\theta = +10°$ K.). Après un coude brusque (109° K.) la variation paraît encore rectiligne jusqu'à 90° K. (11,3 magnétons) ($\theta = +70°$ K.). On observe ensuite jusqu'au point d'ébullition de l'azote une croissance plus

lente de la susceptibilité. Il est intéressant de remarquer que le moment observé pour le métal (17,8 magnétons) est très voisin de celui qui a été mesuré par Gorter et de Haas (1) sur le sulfate hydraté $Nd^2(SO^4)^3.8H^2O$ (17,9 magnétons) et du nombre théorique relatif à l'ion Nd^{+++} (18,0 magnétons).

Dans cet élément de la famille des terres rares, où le magnétisme est attribuable à une couche profonde, le moment du métal et de l'ion sont les mêmes, contrairement à ce qui se passe dans la famille du fer où l'ionisation altère la couche magnétique qui est superficielle.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la préparation du siliciure de calcium par électrolyse ignée*. Note (2) de M. **M. Dodero**, présentée par M. G. Urbain.

J'ai pu obtenir le siliciure de calcium $CaSi^2$ par électrolyse ignée.

Ce siliciure n'avait pas encore été préparé par ce procédé; cependant Ruff et Plato (3) avaient constaté la formation accidentelle d'une combinaison de silicium et de calcium, en préparant le calcium par électrolyse prolongée du chlorure dans un creuset de porcelaine. Avec le dispositif déjà décrit à propos du silicate de lithium (4), j'ai électrolysé des bains obtenus en fondant des mélanges de silice, de carbonate de calcium, de fluorure et de chlorure de calcium.

Ainsi le mélange $SiO^2 + CaCO^3 + 2CaF^2 + 1/3\,CaCl^2$, qui donne, un peu au-dessus de 1000°, un bain homogène, limpide et stable, s'électrolyse facilement : on fait passer, pendant 2 heures, un courant de l'ordre de 25 ampères par centimètre carré. L'électrolyse terminée, on relève la cathode en laissant dans le creuset la boule cathodique qui s'est formée; puis on élève la température jusqu'à fusion de la boule, afin d'agglomérer, en globules fondus, les produits métalliques qu'elle contient. Certains de ces globules atteignent 10 à 15^{mm} de diamètre; après refroidissement du bain, ils peuvent être facilement isolés.

L'analyse, que j'ai conduite d'après les indications de Wöhler et

(1) *Phys. Lab. Leiden*, **218** *b*, 1931, p. 1.

(2) Séance du 23 avril 1934.

(3) *Ber. d. chem. Ges.*, **35**, 1902, p. 3612.

(4) L. Andrieux et M. Dodero, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 753.

Schuff [1], montre que le produit renferme du silicium libre, du silicium combiné à du calcium et du silicium combiné à une petite quantité de fer, sous forme de $FeSi^2$.

Dans le tableau suivant figurent les résultats de plusieurs essais à des températures différentes. Pendant les électrolyses 4, 5, 6, le bain était recouvert d'une croûte solide, c'est pourquoi j'ai admis comme température d'électrolyse celle du début de solidification du mélange fondu, qui est voisine de 1000°.

Composition du bain : SiO^2, $CaO + 2CaF^2 + \frac{1}{3}CaCl^2$.

N° de l'essai.	Température moyenne.	Intensité.	Durée.	Poids obtenu.	Silicium (%) libre.	Silicium (%) combiné à Ca.	Silicium (%) combiné à Fe.	Ca (%).	Fe (%).
	°	amp	h m	g					
1........	1200	20	2.10	2	66,2	17,1	2,0	12,3	2,0
2........	1150	20	2.30	2,2	41,2	30,1	3,2	22,2	3,2
3........	1100	25	2.30	1,5	18,6	44,8	2,5	31,1	2,5
4........	1000	22	2.30	6	15,5	46,4	1,9	33,6	1,9
5........	1000	30	2	7	6,6	52,1	1,9	36,8	1,9
6........	1000	20	2	5	–	56,2	1,3	40,2	1,3

Ces résultats établissent que la combinaison de silicium et de calcium contenue dans le produit est le disiliciure $CaSi^2$, comme il ressort du tableau ci-dessous, dans lequel sont inscrits les pourcentages de silicium et de calcium combinés entre eux.

	N°s des essais. 1.	2.	3.	4.	5.	6.	Calculé pour $CaSi^2$.
Ca combinés.......	41,8	42,4	41,8	42,0	41,3	41,6	41,62
Si combinés.......	58,2	57,6	58,2	58,0	58,7	58,4	58,38

En résumé, l'électrolyse du silicate de calcium additionné de sels halogénés donne, dans les conditions où j'ai opéré, des alliages de silicium libre et de siliciure $CaSi^2$, la proportion de silicium libre diminuant avec la température. Il est intéressant de remarquer que l'on obtient, à 1000°, presque uniquement le composé $CaSi^2$.

(1) *Z. anorg. u. allg. Chem.*, **209**, 1932, p. 34.

SPECTROSCOPIE. — *Étude du spectre infrarouge lointain du Soleil.* Note (¹) de M. **J. Devaux**, présentée par M. Ch. Fabry.

Les expérimentateurs de la *Smithsonian Institution* ont étudié avec beaucoup de soins le spectre infrarouge proche du Soleil. Par contre on s'est peu occupé du spectre plus lointain, vers 10^{μ}. Cependant A. Angström a signalé dans cette région une forte bande d'absorption due à l'ozone atmosphérique, bande qui a été retrouvée par Fowle.

J'ai dernièrement étudié, au Pic du Midi, cette région du spectre solaire, à l'aide d'un spectrographe à prisme de sel gemme et à miroirs en acier inoxydable. Le récepteur était une pile thermoélectrique simple cuivre-constantan, que j'ai ensuite remplacée avantageusement par un couple *cuivre-tellure* donnant une force électromotrice 10 fois plus grande. Un héliostat polaire et un miroir concave permettaient de former une image du Soleil sur la fente du spectrographe. La pile thermoélectrique était reliée, par des fils isolés sur ébonite, à un galvanomètre sensible, dont les déviations étaient enregistrées photographiquement.

Comme je me proposais principalement de déterminer le facteur d'absorption pour la bande de 10^{μ}, j'ai rencontré les deux difficultés suivantes :

1° La dérive du galvanomètre réduit beaucoup la précision, si l'on ne fait pas de déterminations très fréquentes du zéro. J'ai utilisé avantageusement un montage à résonance sans amplification (un obturateur commandé par un pendule de même période que le galvanomètre coupait périodiquement le flux à mesurer).

2° Les radiations de courte longueur d'onde, diffusées par le spectrographe, nécessitaient au début une forte correction. J'ai éliminé ces radiations parasites :

a. en utilisant des miroirs en acier dont le pouvoir réflecteur est plus élevé pour les grandes longueurs d'onde que pour les petites; le faisceau subissait au total 9 réflexions;

b. en interposant sur le faisceau un certain nombre de lame de *sel gemme dépoli* (jusqu'à 5 lames). L'expérience m'a montré que de telles lames ont un facteur de transmission également très sélectif.

J'arrivai ainsi à éliminer pratiquement les rayonnements parasites, sans

(¹) Séance du 16 avril 1934.

avoir recours à un spectrographe double. On pouvait obtenir tout le spectre solaire sur une seule feuille d'enregistrement, sans changer la sensibilité du montage; les déviations produites par le spectre visible étaient même inférieures à celles que produisaient les radiations voisines de 10^{μ}, bien que l'énergie incidente soit probablement dans cette région des milliers de fois plus grande que dans celle de 1^{μ}.

J'ai ainsi étudié en novembre et décembre 1933, à l'Observatoire du Pic du Midi (2860^{m}) le spectre solaire par ciel pur et pour *des tensions de vapeur d'eau très faibles*. J'ai trouvé les bandes d'absorption suivantes :

1° La grande bande due à la vapeur d'eau entre 6 et 7^{μ}. Dans cette région, l'absorption est très grande, mais pas totale, comme on pouvait s'y attendre, d'après les résultats que Fowle a obtenu en laboratoire.

2° La bande de 10^{μ}, due à l'ozone, dont la profondeur varie avec la hauteur du Soleil. L'absorption est presque totale au voisinage de l'horizon. A midi, elle était encore voisine de 60 pour 100; et, comme la vapeur d'eau absorbe excessivement peu dans cette région, cette bande pourrait permettre de doser l'ozone atmosphérique sans avoir à faire de correction. Je compte reprendre l'étude de cette bande à une époque plus favorable.

3° Après la grande bande due à la vapeur d'eau, à l'endroit où la courbe remonte brusquement, j'ai constaté l'existence d'une bande, qui n'avait pas encore été signalée, à ma connaissance, et que je ne puis identifier d'une manière certaine. Il s'agit peut-être de la bande de $7^{\mu},39$, due également à l'ozone, et étudiée en laboratoire par Sherman L. Gerhard (1).

PHOSPHORESCENCE. — *Action de l'effluve électrique sur certains corps phosphorescents.* Note de M. **René Coustal**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai montré (2) que l'effluve électrique pouvait, dans certaines conditions, provoquer des augmentations ou des diminutions d'éclat sur des écrans phosphorescents fabriqués avec certains sulfures alcalino-terreux.

J'ai repris quantitativement l'étude de ces phénomènes, et particulièrement, j'ai étudié la décroissance au cours du temps de la phospho-

(1) *Physical Review*, 2e série, **42**, v, 1932, p. 622.

(2) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1403.

rescence ainsi surilluminée et sous-illuminée, en la comparant à celle d'un écran n'ayant subi aucune action électrique.

Les écrans étaient placés sur des plateaux de bois reliés aux pôles d'une machine statique, et l'effluve était produit en passant rapidement les doigts sur la surface de l'écran, cela un nombre suffisant de fois pour obtenir la saturation, ce que l'on reconnaît à la stabilité de l'extinction partielle (ou de la surillumination, selon la polarité). Après saturation, les écrans sont posés sur un plateau non relié à la machine, à côté d'écrans n'ayant subi aucun traitement électrique.

Le rapport des intensités lumineuses était mesuré au moyen du coin phosphorométrique (instrument consistant essentiellement en un photomètre à coin optique étalonné).

Dans ces conditions, j'ai trouvé que les rapports des intensités lumineuses de trois écrans identiques, préalablement excités par la même source lumineuse restent constants au cours du temps, même si l'un des trois écrans a été sous-illuminé et un autre surilluminé par le procédé ci-dessus.

Il y a donc pour des écrans ayant subi une même excitation initiale trois courbes de décroissance possibles que je désignerai sous les noms de courbes moyenne, inférieure et supérieure ; correspondant respectivement au sulfure non effluvé, au sulfure sous-illuminé et au sulfure surilluminé (à saturation).

A un instant quelconque de la décroissance, on peut faire passer la phosphorescence d'un écran non effluvé d'un point de la courbe moyenne au point correspondant d'une des courbes inférieure ou supérieure, au choix, en soumettant l'écran à l'action de l'effluve sur l'un ou l'autre des deux plateaux reliés à la machine.

On peut, de la même façon, faire passer la phosphorescence d'un point de la courbe inférieure au point correspondant de la courbe supérieure, ou bien la faire passer d'un point de la courbe supérieure au point correspondant de la courbe inférieure.

Par contre, une fois que l'on a quitté la courbe moyenne pour l'une des deux autres, il est devenu impossible d'y revenir électriquement sans soumettre l'écran à une nouvelle excitation lumineuse.

Les choses semblent se passer comme si les centres lumineux du sulfure phosphorescent étaient susceptibles de se trouver dans deux états différents, l'effluve ayant pour effet de faire passer les centres d'un de ces états dans

l'autre; et l'exposition à la lumière rétablissant une proportion constante entre le nombre des centres se trouvant dans chacun des deux états.

Cette proportion dépendrait d'ailleurs de la qualité de la lumière ayant servi à l'illumination des écrans.

POLARISATION ROTATOIRE. — *Configuration de quelques complexes hexacoordinés optiquement actifs.* Note [1] de **M. J.-P. Mathieu**, présentée par M. A. Cotton.

La série des complexes de triéthylènediamine, du type $[Me(en)^3]Cl^3$ et la série des métallotrioxalates, du type $[Me(C^2O^4)^3]K^3$, $(Me = Cr, Co, Rh, Ir)$, ont fait depuis Werner l'objet de recherches étendues. L'isomérie optique de ces composés s'interprète par le schéma octaédrique connu. Les deux structures ioniques énantiomorphes que l'on peut ainsi réaliser possèdent des activités optiques égales en valeur absolue et de signes contraires. Déterminer la configuration absolue du complexe, c'est reconnaître laquelle des deux structures possède un signe donné d'activité optique. Sous cette forme, le problème ne peut actuellement recevoir de solution expérimentale; mais on peut comparer entre eux les divers termes d'une série qui ne diffèrent que par la nature de l'atome central Me, et chercher un indice d'analogie de la configuration.

Werner [2] attribue, dans une même série, une structure semblable aux ions dont les sels ont la même solubilité relative. On trouve alors que des ions de même configuration peuvent avoir des pouvoirs rotatoires de signes opposés pour la raie D. Ainsi dans la série triéthylènediamine, les chloro-*d*-tartrates les moins solubles sont respectivement ceux des ions $l[Rh(en)^3]$ et $d[Co(en)^3]$; de même les trioxalates de strychnine les moins solubles sont ceux des ions $l[Co(C^2O^4)^3]$ et $d[Rh(C^2O^4)^3]$. Ces ions auraient donc des configurations correspondantes. Pour M. Jaeger, au contraire, ces ions ont des configurations différentes, car leurs sels ne possèdent ni la même forme cristalline, ni le même nombre de molécules d'eau de cristallisation [3].

MM. Delépine et Charonnat [4], en même temps qu'ils proposent une explication des faits observés par M. Jaeger, se fondent sur la formation de racémiques actifs entre les sels de $[Rh(en)^3]$ et $[Co(en)^3]$ de même signe optique pour se rallier à l'opinion de Werner. Ce même thème, pour les métallotrioxalates de K, a été développé

---

(1) Séance du 23 avril 1934.

(2) *Bull. Soc. chimique*, **11**, 1912, p. 1.

(3) *Rec. Tr. chim. Pays-Bas*, **38**, 1919, p. 196.

(4) *Bull. Soc. fr. Minéralogie*, 53, 1930, p. 73.

récemment au congrès de Chimie pure et appliquée de Madrid par M. Delépine, pour la comparaison des dérivés de Cr, Co, Rh, Ir.

Dans ce qui précède, on a comparé l'activité optique des corps étudiés pour la raie D. Or la dispersion rotatoire de ces composés présente diverses anomalies pouvant aller jusqu'au changement de signe, et qui sont toutes, on le sait, sous la dépendance plus ou moins directe de l'absorption lumineuse. Ces composés ont par ailleurs des spectres d'absorption visible et ultraviolet semblables, dans lesquels on distingue généralement une bande de grande longueur d'onde dont la position dépend de la nature de l'atome central.

Une comparaison rationnelle de l'activité optique des composés d'une même série consiste donc à chercher l'influence de cette bande sur le pouvoir rotatoire [1], c'est-à-dire le sens de l'anomalie de rotation qu'elle produit (effet Cotton), ou mieux le signe du dichroïsme circulaire dans la bande d'absorption. C'est ce que l'on a fait ici pour quelques complexes.

Je suis redevable à M. Delépine de m'avoir procuré les sels nécessaires ou guidé dans leur préparation.

Les nombres suivants donnent les pouvoirs dichroïques moléculaires $[\Delta] = \delta.100/cd$ (δ = ellipticité mesurée; c = concentration en molécules-gramme par litre; d = épaisseur en centimètres) et les coefficients d'absorption k définis par $k = 1/cd.\log_{10} I_0/I$.

$[Co(en)^3]Br^3 + 2H^2O$. Chloro-*d*-tartrate le moins soluble.
$c = 4,73.10^{-3}$, $[M]_D = +620°$.

$\lambda_{m\mu}$	546.	530.	523.	502.	492.	480.	455.	436.	400.
$[\Delta]$	+335°	+2200	+3200	+5450	+5600	+4400	0	−200	0
log k	—	0,8	1,08	1,62	1,76	1,82	1,50	1,2	

$[Rh(en)^3]I^3 + 1H^2O$. Chloro-*d*-tartrate le moins soluble.
$c = 7,70.10^{-3}$, $[M]_D = -335°$.

λ	350.	343.	337.	331.	321.	317.	310.	302.
$[\Delta]$	0°	+700	+1420	+2340	+3740	+3900	+4500	+4000 env.
log k	1,4	1,65	1,75	1,85	—	2,0	2,2	2,1

$[Ir(C^2O^4)^3]K^3 + 2H^2O$. Sel de strychnine le moins soluble.
$c = 4,11.10^{-3}$, $[M]_D = +510°$ [2].

λ	546.	520.	492.	480.	453.	436.	431.	415.	407.
$[\Delta]$	+100°	+480	+900	+2100	+2900	+1950	+1450	+1300	+1100
log k	—	0,5	0,75	1,02	1,50	1,85	1,90	2,08	2,15

---

(1) W. Kuhn et K. Bein, *Zeit. für anorg. Chemie*, **216**, 1934, p. 321.

(2) M. G. Bruhat (*Bull. Soc. chim.*, **17**, 1915, p. 223) a fait des mesures oculaires de $[\Delta]$ jusqu'à 450 mμ.

$[Rh(C^2O^4)^3]K^3 + 2H^2O$. Sel de strychnine le moins soluble.
$c = 5,89.10^{-3}$, $[M]_D = + 30°$.

λ.....	546	492.	475.	460.	453.	436.	407.	397.	374.	361.	352.
[Δ].....	0°	+870	+2170	+4100	+4350	+7100	+9900	+9550	+6400	+2950	+2300
log k...	–	–	1,40	1,61	1,85	2,16	2,50	2,50	2,40	2,32	2,40

Les mesures de W. Kuhn et K. Bein (*loc. cit.*) sur $[Co(C^2O^4)^3]K^3$ ont montré que, pour le sel de strychnine le moins soluble, [Δ] est positif pour la bande dans l'orangé, avec $[M]_D = -6000°$. Quel que soit donc le signe de $[M]_D$, les complexes de Co et Rh d'une même série qui présentent les mêmes relations de solubilité ont un effet Cotton de même signe dans la bande de plus grande longueur d'onde.

Ainsi, que l'on prenne pour guide dans la détermination de la structure la solubilité ou l'activité optique mesurée par l'effet Cotton, on parvient pour les complexes étudiés à la même classification. Il n'est besoin ni de rejeter la règle des solubilités, comme le faisait M. Jaeger, ni d'admettre avec Werner que le signe de la rotation est dû à une influence spécifique du métal central.

POLARIMÉTRIE. — *Pouvoir rotatoire des tartrates alcalino-terreux.* Note de M. **Ivan Peychès**, présentée par M. Ch. Fabry.

Il a été montré [1] que les courbes pouvoir rotatoire-concentration des solutions aqueuses de tartrates alcalins tendaient toutes vers un même point lorsque la dilution devenait suffisante; pour la radiation verte du mercure, le pouvoir rotatoire spécifique de l'ion tartrique supposé seul en solution infiniment diluée était ainsi trouvé égal à $[\alpha]^{T}_{V,20°} = 45°,7$. A partir de cette valeur, lorsque la concentration croît, le pouvoir rotatoire spécifique augmente constamment pour les tartrates de césium, de rubidium et de potassium, et passe par un maximum pour les tartrates de sodium et de lithium. Ce maximum est plus rapidement atteint pour le lithium (40/1000 mol/l) que pour le sodium (200/1000 mol/l).

Par raison de continuité, à cause des analogies que présente dans de nombreux domaines le lithium avec les alcalino-terreux, nous avions pensé que les courbes des tartrates alcalino-terreux devaient montrer une branche descendante dès les concentrations les plus faibles. Or les tar-

(1) *J. de Phys.*, 7e série, 4, x, 1933, p. 594.

trates alcalino-terreux sont extrêmement peu solubles dans l'eau; aussi leur pouvoir rotatoire en solution semble n'avoir jamais étudié directement. M. Darmois a proposé une méthode d'étude consistant à additionner des quantités croissantes d'un sel neutre alcalino-terreux (par exemple chlorure) à du tartrate de sodium ([1]). Il étudie ainsi l'effet de l'ion de la concentration du cation lourd en admettant que l'effet de l'ion sodium et de l'anion du sel neutre est négligeable. Pour pouvoir mesurer directement le pouvoir rotatoire de ces tartrates, la méthode de mesure qui nous avait permis d'atteindre, pour les sels alcalins, la concentration du millième de mol/l a été modifiée comme suit :

Le tube polarimétrique de 3^m de longueur porte à l'une de ses extrémités, latéralement, un ballon en communication avec l'extérieur. Le tube et le ballon sont emplis d'eau puis vidés de telle manière que soit admis dans les deux récipients seulement de l'air privé de gaz carbonique par passage sur de la chaux sodée. Le tube est alors rempli d'eau distillée et récemment portée à l'ébullition. Par rotation du tube autour de son axe le liquide est amené dans le ballon; la tubulure extérieure reçoit les extrémités de deux burettes contenant : l'une une solution titrée d'acide tartrique, l'autre une solution titrée de base alcalino-terreuse maintenue en atmosphère décarbonatée. Après introduction des quantités calculées, les burettes sont retirées; la solution est homogénéisée par agitation dans le ballon et réintroduite dans le tube sans avoir jamais été en contact avec l'atmosphère du laboratoire. Ces précautions sont absolument nécessaires, les plus faibles traces de carbonatation devenant extrêmement gênantes sous l'épaisseur de 3^m que nous utilisons.

Si la concentration en tartrate ne dépasse pas 20/1000 mol/l la précipitation ne commence, à 20°, qu'au bout de quelques heures; nous avons même pu maintenir sursaturées des solutions de tartrates de baryum et de strontium à 40/1000 de mol/l pendant le temps nécessaire aux mesures.

Voici les résultats, rapportés à l'ion tartrique, pour la raie Hg 546 :

Conc. en 1/1000 mol/l.	T. Ca.		T. Sr.		T. Ba.	
	$[\alpha]^{T}_{v,20°}$.	$\rho = \alpha_j/\alpha_i$.	$[\alpha]^{T}_{v,20°}$.	$\rho = \alpha_j/\alpha_i$.	$[\alpha]^{T}_{v,20°}$.	$\rho = \alpha_j/\alpha_i$.
1	44°,8	–	–	–	44°,0	–
2	44,3	–	43°,5	–	42,0	–
4	43,5	–	42,5	–	40,0	
8	42,5	–	41,0	–	38,3	–
12	41,7	1,68	40,1	1,76	37,2	1,72
20	–	–	39,0	1,75	35,8	1,70
30	–	–	38,0	–	34,8	1,69
40	–	–	37,7	–	34,3	1,60

([1]) *Ann. de Phys.*, 10e série, **10**, 1928, p. 91.

Les courbes pouvoir rotatoire-concentration tracées à partir de ces nombres se présentent dans le même ordre et avec la même allure que celles qu'avaient déterminées M. Darmois en fonction de la concentration en ions alcalino-terreux. L'ordre dans lequel se présentaient les courbes des tartrates alcalins était bien en accord avec l'ordre des rayons ioniques croissants (en solution dans l'eau), ce qui nous avait permis d'esquisser une explication faisant intervenir le potentiel ionique de Debye, et tenant compte de la différence des rayons des anions et des cations [1]. Pour les alcalino-terreux, il n'en est pas ainsi, comme le montre le tableau ci-dessous où les cations sont classés suivant l'ordre dans lequel ils se présentent dans nos courbes :

	Cs.	Rb.	K.	Na.	Li.	Ca.	Sr.	Ba.
$r^{\text{Å}}_{(H^2O)}$ [2]	1,17	1,17	1,22	1,79	2,30	3,05	3,04	2,83

Nous avons cherché une explication dans le fait que les tartrates alcalino-terreux sont très peu dissociés comparativement aux tartrates alcalins. Nous avons mesuré les conductivités des différents tartrates dans la zone intéressante et calculé le degré de dissociation (au sens ancien du mot) par la formule Λ/Λ_∞, en admettant pour Λ_∞ les valeurs données par Paul [3].

Conc. en 1/1000 mol-l.	TNa^2. $\Lambda_\infty = 99{,}6$.		TCa. $\Lambda_\infty = 112{,}2$.		TSr. $\Lambda_\infty = 115$.		TBa. $\Lambda_\infty = 117$.	
20...	$\Lambda = 73$	$\delta = 73$ %	$\Lambda = 40$	$\delta = 36$ %	$\Lambda =$ -	$\delta =$ - %	$\Lambda = 37$	$\delta = 32$ %
10...	77	77	46	41	45	39	44	38
5...	82	82	54	48	52	45	52	44
1...	90	90	75	67	73	64	70	60

Nous admettons alors que nous avons en solution un mélange : 1° d'ions créant un potentiel ionique et y étant soumis; 2° de molécules à pouvoir rotatoire et à dispersion plus faibles; le pouvoir rotatoire de ces dernières croissant dans l'ordre des déformations croissantes des cations liés, dont les rayons varient maintenant dans l'ordre : Ca : 1,02 — Sr : 1,20 — Ba : 1,40 (rayons cristallins) [2].

(1) Peychès, *loc. cit.*, p. 607.

(2) Cf. Hartley et Raikes, *Trans. Faraday Soc.*, 23, 1927, p. 393-396.

(3) *Zeits. f. Elektrochemie*, 21, 1915, p. 543.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le spectre magnétique des rayons β émis par le* Th B + C + C′ + C″. Note de M. R. ARNOULT, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons repris l'étude, par la méthode de focalisation, de l'énergie et de l'intensité des raies du spectre magnétique des rayons β du dépôt actif de thorium, en prenant pour raie étalon la raie très intense du ThB, pour laquelle nous avons déterminé la valeur absolue de l'énergie (¹)

$$E = 1{,}4683.10^5 \text{ eV} \qquad (HR = 1381{,}5 \text{ gauss-cm}).$$

TABLEAU I.

Nom de la raie.	$\frac{HR}{HR_F}$	HR.	Énergie en 10^5 eV.	Intensité photo-graphique.	Intensité réelle.	Origine.	Énergie des niveaux en 10^5 eV.	Énergie des rayonnements γ en 10^5 eV.
B_d...	0,5950	821,9	0,5638	0,60	0,90	L_I	0,1635	0,7273
C....	0,6017	831,2	0,5771	1,20	1,70	L_{II}	0,1570	0,7341
C_2...	0,6090	841,3	0,5888	0,10	0,20			
C_w...	0,6130	846,8	0,5985	0,45	0,55	L_I et L_{III}	0,1635 et 0,1340	0,7620 et 0,7325
D....	0,6178	853,5	0,6052	1,00	1,30	L_{II}	0,1570	0,7622
D_a...	0,6321	873,2	0,6317	0,40	0,50	L_{III}	0,1340	0,7657
D_b...	0,6635	916,5	0,6934	0,25	0,25	M_I	0,0400	0,7334
D_c...	0,6640	917,3	0,7002	0,20	0,20	M_{III}	0,0317	0,7319
D_e...	0,6792	938,3	0,7245	0,40	0,40	M_I	0,0400	0,7645
D_{f_2}...	0,7000	967,1	0,7655	0,15	0,15	K	0,9000	1,6655
D_g...	0,7375	1018,8	0,8437	0,80	0,70	K	0,9000	1,7437
E....	0,7270	1101,1	0,9739	[1,30]	0,93	L_I	0,1635	1,1374
E_a...	0,7977	1102,2	0,9767	0,10	0,08	L_{II}	0,1570	1,1337
E_b...	0,8400	1173,0	1,0948	0,30	0,22	M_I	0,0400	1,1348
E_{b_1}...	0,8650	1195,0	1,1217	0,10	0,08	N_I	0,0096	1,1313
F....	1	1381,5	1,4688	[100]	75,7	K	0,9000	2,3688
F_a...	1,0431	1440,3	1,5812	0,20	0,16	K et L_I	0,9000 et 0,1635	2,4812 et 1,7447
I....	1,2196	1684,9	2,0760	[2,9]	2,66	K	0,9000	2,9760
....	1,2640	1746,2	2,2072	[11,0]	10,70	L_I	0,1635	2,3707
$_a$....	1,2650	1747,6	2,2098	1,00	0,93	L_{II}	0,1570	2,3668
$_{a_1}$...	1,2721	1757,5	2,2341	0,20	0,19	L_{III}	0,1340	2,3681
$_{a_2}$...	1,2997	1795,6	2,3149	0,10	0,09	L_I	0,1635	2,4729
....	1,3043	1801,9	2,3278	[2,40]	2,37	M_I	0,0400	2,3678
$_a$....	1,3116	1811,6	2,3531	0,60	0,58	N_I	0,0096	2,3627

(¹) *Journal de Physique et Le Radium*, 5, 1934, p. 67.

L'ensemble du spectre magnétique des rayons β émis dans la transformation Th B → Th C est donné dans le Tableau I (1).

L'analogie de la région $B_a - D_g$ avec la partie correspondante du spectre de Ra B + C (2) conduit à penser que la plupart des lignes de cette région sont dues à la réorganisation électronique de l'atome 83 après ionisation de la couche K par un quantum γ.

Le Tableau II comprend l'énergie et la longueur d'onde des deux rayons X, $K\alpha_1$ et $K\alpha_2$, de l'atome 83 et des cinq rayonnements γ émis dans la transformation Th B → Th C.

TABLEAU II.

Nom du rayonnement γ.	Énergie en 10^5 eV.	λ en U.X.	Nom du rayonnement γ.	Énergie en 10^5 eV.	λ en U.X.
γ_H........	2,976	41,47	γ_E........	1,134	108,84
γ_{F_a}........	2,480	49,76	k_{α_2}........	0,763	161,76
γ_F........	2,367	52,14	k_{α_2}........	0,732	168,61
γ_{D_g}........	1,744	70,77			

La somme des énergies des rayonnements γ_H et γ_E est égale à la somme des énergies des radiations γ_{D_g} et γ_F :

$$\gamma_H + \gamma_E = 4,110.10^5 \text{ eV}, \qquad \gamma_{D_g} + \gamma_F = 4,110.10^5 \text{ eV},$$

ce qui conduit à considérer, pour l'atome Th B, trois niveaux nucléaires d'énergie 113,4 ekV, 236,7 ekV et 411 ekV.

L'ensemble du spectre magnétique des rayons β émis par le Th C + C′ + C″ est donné dans le Tableau III.

TABLEAU III.

Nom de la raie.	HR/HR$_F$.	HR.	Énergie en 10^5 eV.	Intensité photographique.	Intensité réelle.	Transformation.	Origine.	Énergie des niveaux en 10^5 eV.	Énergie des rayons γ en 10^5 eV.
A........	0,3870	534,6	0,2456	[6,0]	25,0	Th C → Th C″	L_I	0,153	0,3986
A_1........	0,3892	537,7	0,2482	0,2	0,8	–	–	–	–
A_a........	0,3928	542,6	0,2528	0,6	2,5	Th C → Th C″	L_{II}	0,147	0,3998
A_b........	0,4077	563,3	0,2725	0,1	0,4	Th C → Th C″	L_{III}	0,126	0,3985
B........	0,4716	651,5	0,3614	[4,1]	12,0	Th C → Th C″	M_I	0,037	0,3984
B_a........	0,4754	656,8	0,3656	0,1	0,3	Th C → Th C″	M_{II}	0,034	0,3996
B_b........	0,4901	677,3	0,3896	1,0	2,5	Th C → Th C″	N_I	0,009	0,3986

(1) La notation employée est celle proposée par Ellis (*Nature*, 129, 1932, p. 276).

(2) ELLIS, *Proc. Roy. Soc.*, A, 138, 1932, p. 330.

TABLEAU III (*suite*).

Nom de la raie.	HR/HRF.	HR.	Énergie en 10^5eV.	Intensité photo-gra-phique.	Inten-sité réelle.	Trans-formation.	Ori-gine.	Énergie des niveaux en 10^5eV.	Énergie des rayons γ en 10^5eV.
B_c	0,4969	686,5	0,3984	0,2	0,5	ThC → ThC″	0	0,001	0,3994
D_H (*)	0,7675	1060,3	0,9085	0,10	0,08	–	–	–	–
E_{a_1} (*)	0,8278	1143,6	1,0444	0,10	0,08	–	–	–	–
E_{b_2}	0,8946	1235,9	1,2027	0,20	0,16	ThC″ → Pb	K	0,8750	2,0777
E_c	0,9030	1247,5	1,2231	0,20	0,16	–	–	–	–
E_{c_1}	0,9270	1280,7	1,2829	0,10	0,08	–	–	–	–
E_d	0,9807	1354,9	1,4187	0,10	0,08	–	–	–	–
F_1	1,0306	1423,8	1,5495	0,10	0,08	–	–	–	–
F_b	1,0591	1463,1	1,6256	0,40	0,34	–	–	–	–
F_{b_1}	1,0774	1488,4	1,6771	0,10	0,09	–	–	–	–
G	1,1491	1587,5	1,8742	[3,0]	2,46	ThC″ → Pb	K	0,8750	2,7492
G_1	1,1649	1609,3	1,9202	0,10	0,09	ThC″ → Pb	L_1	0,1582	2,0782
G_a	1,1940	1649,5	2,0025	0,45	0,44	ThC → ThC″	K	0,852	2,8545
H_1	1,2262	1694,0	2,0959	0,20	0,18	ThC → ThC″	K	0,852	2,9479
J_{a_1}	1,3275	1833,9	2,3986	0,10	0,09	ThC → ThC″	K	0,852	3,2506
J_b	1,3898	1920,1	2,5901	0,20	0,20	ThC″ → Pb	L_1	0,1582	2,7483
J_{b_2}	1,4080	1945,1	2,6454	0,10	0,10	–	–	–	–

(*) Ces raies, signalées par Sze Shih-Yuan [1], n'avaient pas été retrouvées par Ellis.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une méthode d'analyse capillaire.* Note [2] de M. **René Dubrisay**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

La tension superficielle qui s'exerce à la surface de séparation de l'eau et d'un liquide non miscible à l'eau (benzine ou huile de vaseline) est abaissée par la présence de base ou d'acide dans la phase aqueuse. L'abaissement par les alcalis devient énorme, comme l'a montré Donnan en 1899 [3], si le liquide organique tient en solution une petite quantité d'acide stéarique, ou d'un acide gras analogue.

Pour mettre ces phénomènes en évidence, on peut faire écouler lentement

(1) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 2207.
(2) Séance du 16 avril 1934.
(3) *Zeits f. Phys. Chem.*, **31**, 1899, p. 42.

au sein de l'eau une solution d'acide stéarique dans la benzine, et compter le nombre des gouttes correspondant à un volume invariable. J'ai pu baser sur ce principe une méthode d'acidimétrie qui a fait l'objet de Communications antérieures (¹). Toutefois il était impossible, par ce moyen ou par des moyens analogues, de distinguer les milieux acides des milieux neutres.

Cette restriction peut aujourd'hui être levée : on a, en effet, récemment

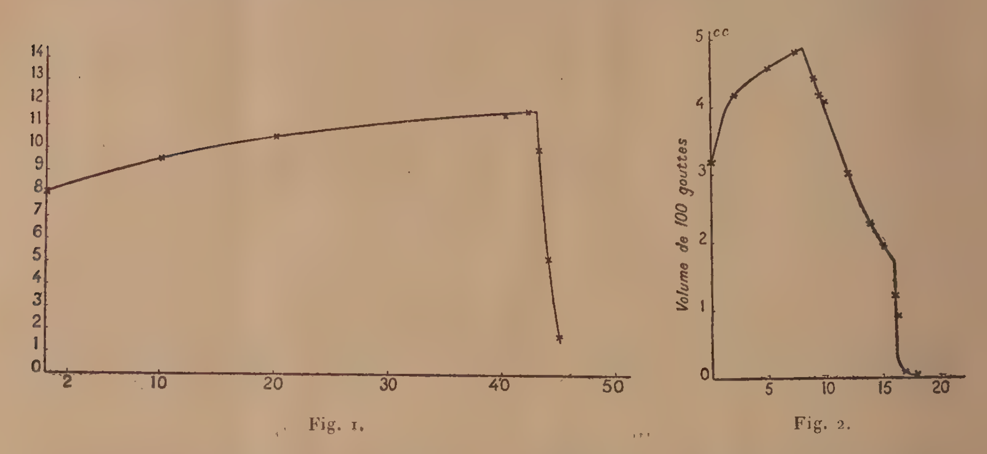


Fig. 1. Fig. 2.

décrit sous le nom de sapamine une base dont les sels sont solubles et abaissent dans des proportions énormes la tension superficielle de l'eau (²).

A cette base (diéthylamino-éthyloleilamide) on attribue la formule

$$CH^3(CH^2)^7CH = CH - (CH^2)^7 - CONHCH^2CH^2N(C^2H^5)^2.$$

Si l'on dissout ce corps dans la benzine à la concentration de 0,5 pour 100, on observe une chute rapide de la tension, vis-à-vis de liqueurs de plus en plus acides.

Concentration en acide chlorhydrique (molécules-grammes par litre).	Volume correspondant à l'écoulement de 10 gouttes de solution acide dans la solution de sapamine.
	cm³
0	1,00
N/10000	1,00
N/4000	0,95
N/3000	0,85
N/1000	0,20
N/500	impossible à mesurer

(¹) René Dubrisay, *Comptes rendus*, 156, 1913, p. 894; *Annales de Chimie*, 9, 1918, p. 25.

(²) Hartmann et Kagi, *Zeit. f. anorg. Chem.*, 41, 1928, p. 127.

La sensibilité est suffisante pour permettre de tracer les courbes de saturation des bases par les acides. Entre diverses déterminations effectuées, j'ai choisi deux exemples typiques. Sur la figure 1, j'ai représenté la courbe relative à la saturation, par l'acide chlorhydrique N/100, d'une solution d'ammoniaque de titre approximativement équivalent. J'ai porté en abscisses les volumes d'acide ajoutés à 40^{cm^3} de solution basique, et en ordonnées le volume correspondant à l'écoulement dans la solution aqueuse de 100 gouttes de solution à 0,5 pour 100 de sapamine dans le benzène. La saturation de la base est marquée par un angle très accusé.

La figure 2 se rapporte à la neutralisation d'une solution de pipérazine par une solution de N/10 d'acide chlorhydrique. Ici les deux fonctions basiques se manifestent nettement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'imbibition des corps poreux par les liquides.* Note de Mlle **Paulette Berthier**, présentée par M. Delépine.

MM. C. E. Guye et Hugo Saini [1] ont donné une théorie de l'ascension des liquides par les corps poreux basée sur l'hypothèse que la différence $E_0 - Jq$ entre l'énergie libérée par l'imbibition de 1^{cm^3} de liquide, et la chaleur libérée au cours de cette imbibition est utilisée à fournir le travail nécessaire contre la pesanteur et les forces de viscosité développées par le mouvement du liquide. Les mêmes auteurs ont été amenés à admettre que l'expression $E_0 - Jq$ est, pour des hauteurs d'ascension peu considérables, une fonction linéaire de celles-ci, en sorte que l'équation du mouvement peut s'écrire

$$\varepsilon_0(1 + kh) = \rho g h + A \eta h v, \tag{1}$$

η désignant le coefficient de viscosité du liquide et v la vitesse d'ascension à l'instant considéré.

En se basant sur des considérations analogues, on peut essayer d'établir l'équation du mouvement de descente d'un liquide dans un corps poreux; le travail de la pesanteur étant alors positif, on est conduit à changer le signe du premier terme dans le second membre de la relation (1). Le changement qu'il convient d'apporter à l'équation est moins évident en ce qui concerne le premier membre; on pourrait admettre soit que le terme en k

(1) *Helvetica physica Acta*, 2, 1929, p. 445.

garde la même valeur en grandeur et en signe, soit qu'il prenne des valeurs égales et de signe contraire. En désignant par h' la hauteur de descente à l'instant envisagé, on est ainsi conduit aux deux relations possibles

$$(2) \qquad \mathcal{E}_0(1+kh') = -\rho g h' + A\eta h' v',$$
$$(2\ bis) \qquad \mathcal{E}_0(1-kh') = -\rho g h' + A\eta h' v'.$$

Appliquant les équations (1) et (2) à d'égales valeurs h des hauteurs d'ascension et de descente et désignant par v et v' les vitesses d'ascension et de descente pour la dénivellation h, on obtient, en ajoutant et retranchant membre à membre les équations (1) et (2),

$$(3) \qquad h(v+v') = \frac{2\mathcal{E}_0}{A\eta}(1+kh),$$

$$(4) \qquad v'-v = \frac{2\rho g}{A\eta}.$$

Pour une même hauteur h d'ascension et de descente, le produit $h(v+v')$ varie linéairement en fonction de h et la différence $v'-v$ garde une valeur constante.

La combinaison des équations (1) et (2 *bis*) conduirait à $h(v'+v) = \text{const.}$ et $v'-v = \text{const.}$

Nous avons étudié les mouvements d'ascension et de descente de l'eau, du pétrole lampant, de l'huile de vaseline, de la glycérine dans du papier filtre Durieux de diverses duretés. Sur les courbes représentant les résultats nous avons relevé, pour d'égales hauteurs h d'ascension et de descente, les valeurs des vitesses v d'ascension et v' de descente. Dans tous les cas nous avons constaté, d'une part que la différence $v'-v$ est sensiblement constante, conformément au résultat prévu quelle que soit l'hypothèse faite sur le signe de k, d'autre part que l'expression $h(v+v')$ varie linéairement en fonction de h, ce qui montre que la loi du mouvement de descente des liquides dans un corps poreux est régie par l'équation (2). Le tableau suivant résume les résultats obtenus au cours d'une expérience relative au mouvement d'imbibition de l'eau distillée par ascension et descente dans des bandes de papier filtre Durieux, « épais dur » (poids de cendres, 1,09 pour 100).

h.	v.	v'.	$v'-v$.	$h(v'+v)$.
cm 9	0,0813 cm : m	0,1219 cm : m	0,0406	1,8286
14	0,0537 »	0,0909 »	0,0372	2,0244
19	0,0375 »	0,0806 »	0,0431	2,2439
24	0,0314 »	0,0719 »	0,0405	2,4792

De la combinaison des valeurs expérimentales relatives à $v' - v$ et $h(v' + v)$ on peut, en tenant compte des équations (3) et (4), calculer les coefficients A, ε_0 et k. Les valeurs de ces coefficients sont du même ordre de grandeur que celles obtenues par MM. C. E. Guye et H. Saini, à partir d'autres considérations.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Méthode de séparation de l'antimoine et de l'étain.* Note [1] de M. **Raymond**, présentée par M. G. Urbain.

La plupart des méthodes de séparation de l'antimoine et de l'étain utilisent la formation, en milieu acide, de complexes stanniques indécomposables par divers agents chimiques, en particulier par l'hydrogène sulfuré. L'antimoine se sépare alors facilement sous forme de sulfnre, mais le dosage de l'étain est beaucoup plus délicat.

La triéthylolamine $N(CH^2CH^2OH)^3$ permet une séparation facile de ces deux métaux en milieu alcalin.

On a déjà étudié qualitativement [2] l'action de ce réactif sur les sels métalliques, mais il ne semble pas que l'on ait utilisé ce produit pour des séparations quantitatives. Jaffe en particulier a obtenu, avec les sels d'étain et les sels trivalents d'antimoine, un précipité blanc, insoluble dans un excès de réactif. En répétant ces expériences, j'ai obtenu des résultats bien différents; j'ai constaté, par exemple, que l'oxyde antimonieux est effectivement insoluble dans la triéthylolamine, mais il n'en est pas du tout de même de l'hydrate, qui se dissout facilement dans un excès de réactif. Toutefois les hydrates, qui ont été préparés depuis quelque temps ou soumis à un chauffage léger, deviennent en grande partie anhydres et insolubles dans la triéthylolamine. Telle est probablement la raison du résultat obtenu par Jaffe.

L'hydrate stanneux est soluble, mais très difficilement, dans un excès de triéthylolamine, tandis que les hydrates stannique et antimonique se comportent comme l'hydrate antimonieux.

Les solutions que fournissent ainsi les cations Sb^{III}, Sb^{V} et Sn^{IV} dans un excès de triéthylolamine possèdent des propriétés nettement différentes.

---

(1) Séance du 23 avril 1934.

(2) Emil J. Fischer, *Wissensch. Veröffentl. aus Siemens Konzern*, 4, 1925, p. 171; d'après *Chemisches Zentralblatt*, 97, II, 1926, p. 470; E. Jaffe, *Ann. Chim. applicata*, 22, 1932, p. 737; d'après *Chemisches Zentralblatt*, 104, I, 1933, p. 3221.

Les solutions stanniques sont aisément décomposables par les acides, même les plus faibles (la précipitation a lieu en milieu encore alcalin, au voisinage du pH = 8) et par beaucoup de sels alcalins (sulfates, chlorures, carbonates, etc.).

Les solutions d'antimoine sont beaucoup plus stables dans les mêmes conditions et l'oxyde n'est précipité qu'en milieu nettement acide (au pH = 6 environ).

L'acide sulfhydrique ne se comporte pas comme les autres acides faibles : il précipite l'antimoine, tandis que l'étain reste en solution par suite de la formation d'un sulfure complexe. Toutefois cette propriété ne peut être utilisée pour la séparation de ces deux métaux, car le sulfure d'antimoine se dissout abondamment dans la solution de sulfure complexe d'étain et d'éthylolamine.

Cette différence de stabilité des solutions d'étain et d'antimoine dans la triéthylolamine en présence des sels alcalins permet aisément la séparation de ces métaux, puisqu'une addition de sel alcalin laisse l'antimoine en solution et précipite quantitativement l'hydrate d'étain, pourvu que la solution ne contienne pas un trop grand excès d'éthylolamine.

Cet oxyde d'étain précipite d'abord à l'état colloïdal et adsorbe les substances dissoutes, en particulier l'antimoine, ce qui exige une purification du précipité, que l'on obtiendra simplement en opérant comme il est indiqué ci-dessous :

L'étain et l'antimoine doivent être en solution chlorhydrique, que l'on oxydera par le brome si l'étain est à l'état stanneux.

Un volume de cette solution contenant environ 0g,3 du mélange d'étain et d'antimoine est additionné d'un grand excès de solution saturée de bicarbonate d'ammonium (300cm³ environ), puis d'un léger excès de triéthylolamine en solution à 20 pour 100 (environ 50 fois le poids des métaux, soit 15cm³). En chauffant doucement, les hydrates se dissolvent d'abord, puis l'hydrate d'étain précipite.

On abandonne 1 heure au bain-marie, il est alors facile de filtrer l'oxyde d'étain et de le laver avec une solution contenant 10 pour 100 de carbonate d'ammonium et 10 pour 100 de triéthylolamine.

On traite ensuite l'oxyde d'étain sur le filtre avec une solution tiède et diluée d'acide chlorhydrique (2-3 N) qui dissout l'antimoine et un peu d'étain. Le filtrat recueilli séparément, additionné comme précédemment de carbonate d'ammonium et de triéthylolamine, fournit un précipité que l'on recueille sur le même filtre. L'oxyde d'étain pur ainsi obtenu est séché puis calciné.

Les divers filtrats, contenant l'antimoine, réunis et acidulés légèrement à l'acide acétique, puis dilués à 500cm³ précipitent à 100° par l'hydrogène sulfuré; le précipité de sulfure recueilli sur un creuset filtrant 1G4 d'Iéna est calciné à 280° dans un courant de gaz carbonique et pesé à l'état de Sb^2S^3.

Le tableau ci-dessous montre que les résultats obtenus par cette méthode sont satisfaisants.

Employé.		Trouvé.				Pour 100 de chaque métal. Calculé.		Trouvé.	
Sn.	Sb.	SnO^2.	Sn.	Sb^2S^3.	Sb.	Sn.	Sb.	Sn.	Sb.
0,009	0,17	0,0115	0,009	0,238	0,171	5	95	5	95
0,092	0,17	0,117	0,092	0,238	0,171	35	65	35	65
0,184	0,085	0,236	0,186	0,117	0,084	68,4	31,6	69	31
0,184	0,017	0,235	0,185	0,024	0,017	91,5	8,5	91,5	8,5

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage de petites quantités de nitrates dans les eaux riches en matières organiques.* Note de MM. F. **Diénert** et F. **Villemaine**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

On possède des méthodes très précises, comme la méthode de Schlœsing, pour doser dans les eaux des quantités de nitrates dépassant 2 à 3^{mg} par litre.

La difficulté commence quand on veut doser, en présence de matières organiques, de très petites quantités de nitrates, inférieures à 0^{mg},5 par litre, comme dans les études que nous poursuivons. On a coutume, dans ce cas, d'utiliser les méthodes de dosage colorimétrique. *On doit au préalable déféquer le liquide ou l'évaporer à sec et au cours de ces manipulations une partie des nitrates disparaît.*

On a cherché à éliminer cette matière organique, soit en la retenant sur un support comme le charbon activé ou l'alumine, ce qui arrête en même temps une forte proportion des nitrates, soit en l'oxydant par l'hypochlorite de sodium, le permanganate, l'eau oxygénée, le brome, etc. Malheureusement ces oxydants transforment une partie de l'ammoniaque ou des acides aminés comme l'asparagine et accroissent d'une façon non négligeable les petites quantités d'azote nitrique présentes. *Avec le brome, on peut obtenir une augmentation d'azote nitrique voisine de 1^{mg} par litre.*

On peut éviter l'évaporation de l'eau, dans ce dosage, en réduisant les nitrates à l'état d'ammoniac, par l'alliage de Devarda, par exemple, et l'on évite ainsi l'action réductrice des matières organiques sur les nitrates.

Il faut, au préalable, éliminer toute trace d'ammoniac dans l'eau à traiter. La simple distillation en présence de potasse est insuffisante. L'expérience apprend qu'il se dégage, sans interruption, de l'ammoniac dans le cours de cette opération et qu'on ne sait jamais quand l'arrêter.

Le seul procédé qui nous ait réussi consiste à chauffer préalablement l'eau à 120° pendant 2 heures, après avoir ajouté assez de potasse pour obtenir une solution à 14 pour 100 environ. En distillant ensuite la moitié de ce liquide, on chasse tout l'ammoniac que cette eau peut dégager et provenant non seulement des sels ammoniacaux, mais aussi des acides aminés qu'elle renferme. *Ce traitement n'influe pas sur la quantité des nitrates.* Ceci fait, on ajoute 2^g d'alliage de Devarda pour 100^{cm^3} d'eau et l'on continue à distiller lentement, précaution indispensable; on récolte dans une solution d'acide borique l'ammoniac provenant de la réduction des nitrates et des nitrites, *mais ces derniers se dosent bien dans le liquide initial en utilisant les composés azoïques très spécifiques qu'ils donnent facilement.*

La difficulté est d'obtenir un alliage Devarda ne donnant pas d'ammoniac à l'épreuve témoin. Nous avons reconnu que c'était pratiquement impossible, mais nous avons constaté que 1^g de l'alliage le meilleur que nous ayons trouvé dans le commerce et dont nous nous sommes servis dégageait toujours la même quantité d'ammoniac, soit $0^{mg},01$. En tenant compte de cette quantité dans les dosages, on peut obtenir des résultats certains avec une erreur inférieure à 2 pour 100.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la nitration du chloro-para-xylène.* Note (1) de M. **Henri Wahl**, présentée par M. Delépine.

J'ai fait connaître (2) que le chloro-para-xylène fournit, sous l'influence de l'acide sulfonitrique, un mélange des trois dérivés mononitrés isomères susceptibles d'exister. La séparation et l'établissement de la constitution de chacun d'eux m'ont obligé d'en préparer d'assez grandes quantités et par conséquent d'effectuer de nombreuses fois la nitration du chloro-para-xylène. Ceci m'a fourni l'occasion de faire un certain nombre d'observations intéressantes sur la marche de la réaction, laquelle s'est révélée moins simple qu'on pouvait le penser. En effet, lorsqu'on verse sur la glace le produit de la nitration on constate un dégagement de vapeurs nitreuses, surtout sensible avec des quantités importantes de matière; de plus, si l'on n'a pas soin d'utiliser un excès d'acide nitrique, par rapport à la théorie, il reste toujours un excès de chloroxylène inaltéré; enfin, même dans les

(1) Séance du 23 avril 1934.

(2) *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1900; **197**, 1933, p. 1330; **198**, 1934, p. 100.

conditions d'une nitration complète, le rendement en dérivés nitrés n'est pas intégral et l'on trouve de petites quantités de produits secondaires. Ceux-ci, ayant été accumulés ont fait l'objet d'un examen approfondi.

L'allure même de la réaction paraissait indiquer que la nitration s'accompagne de réactions d'oxydation. En effet, quand, après avoir séparé le nitrochloroxylène solide, on lave à l'eau les isomères liquides et les agite avec une solution de carbonate de sodium, celle-ci se colore en jaune et donne, par neutralisation progressive, d'abord un précipité jaune pâteux qu'on sépare, puis un produit blanc, cristallin. Celui-ci, recristallisé dans l'alcool, forme des aiguilles blanches, F. 196°, solubles dans le carbonate et le bicarbonate de sodium et dont l'analyse conduit à la formule $C^8H^7O^2Cl$, d'un acide chlorométhylbenzoïque.

Analyses. — Trouvé pour 100 : $C = 56,38$; $H = 4,0$; $Cl = 20,81$. — Calculé pour $C^8H^7ClO^2$: $C = 56,30$; $H = 4,1$; $Cl = 20,85$.

Les deux acides chloroparaméthylbenzoïque possibles sont connus : l'acide chloro-2-méthyl-4-benzoïque fond à 155°, tandis que l'acide chloro-3-méthyl-4-benzoïque fond à 196°, comme celui qui vient d'être décrit, ce qui montre que l'oxydation de l'acide nitrique a porté sur le groupe méthyle qui n'est pas voisin du chlore (I)

CH^3, Cl, CH^3	CH^3, Cl, COOH	CH^3, Cl, CHO
	(I).	(II).

On rencontre les cristaux de ce même acide, lorsque après avoir lavé les isomères nitrés liquides avec du carbonate de sodium on les abandonne pendant quelque temps à l'air comme si, dans ce cas, l'acide chlorométhylbenzoïque s'était formé aux dépens d'un terme d'oxydation moins avancé. Or, il est facile, en effet, d'isoler un composé aldéhydique; le mélange des nitrochloroxylènes liquides est agité avec du bisulfite de sodium, ce qui provoque rapidement la formation d'une combinaison bisulfitique solide et cristallisée. Celle-ci est alors essorée, lavée à l'eau, l'alcool et l'éther et décomposée par le carbonate de sodium; l'huile qui en résulte est décantée lavée et distillée dans le vide. On isole deux fractions, l'une bouillant vers 120°, l'autre vers 160°, qui sera étudiée plus tard. La première portion redistillée, fournit un liquide, $Eb_{15} = 115\text{-}118°$, qui se prend en masse par

refroidissement et qui recristallisé dans l'éther de pétrole, fournit des prismes incolores, F. 30°, dont l'analyse correspond à la formule $C^8H^7Cl.O$ d'un *aldéhyde chlorométhylbenzoïque* $C^6H^3Cl.CH^3.CHO$

Analyses. — Trouvé pour 100 : C = 62,00; H = 4,4; Cl = 22,95. Calculé pour C^8H^7OCl : C = 62,30; H = 4,5; Cl = 23,0.

La fonction aldéhydique a été caractérisée par les dérivés suivants :

L'oxime en aiguilles blanches F. 95° (corr.) (trouvé pour 100, N 8,3; calculé, 8,35); la *phénylhydrazone*, en paillettes jaunes F. 118° (corr.); trouvé pour 100, N 11,2; calculé 11,4; la *semicarbazone* F. 230° (corr. déc.) (trouvé pour 100, N = 19,6; calculé 19,8).

J'ai établi la constitution de cet aldéhyde en le soumettant à la réaction de Cannizzaro. Pour cela, 10^g d'aldéhyde sont agités avec 30^{cm^3} de potasse caustique à 50 pour 100 pendant 1 heure à 50°; la masse s'épaissit et est alors reprise par l'eau qui la dissout partiellement; l'agitation avec l'éther enlève une huile qui est décantée, et la partie aqueuse est décomposée par un acide. Il se dépose alors des cristaux blancs qui, recristallisés, fondent à 196° et se sont montrés identiques avec l'acide chloro-3 méthyl-4-benzoïque. Quant à l'huile neutre séparée, elle est distillée dans le vide et donne un liquide Eb_{15} = 135-136° qui cristallise bientôt et fond à 29°, auquel l'analyse assigne la formule C^8H^9OCl d'un *alcool chloro-méthylbenzylique*. L'acide obtenu étant l'acide chloro-3 méthyl-4-benzoïque, il s'ensuit que la constitution de l'aldéhyde isolé est celle du *chloro-3-méthyl-4-benzaldéhyde* (II) et que l'alcool est lui-même l'*alcool-chloro-3-méthyl-4-benzylique*.

On savait déjà que lors de la nitration des carbures homologues du benzène les phénomènes d'oxydation s'intensifient lorsque le nombre des chaînes latérales va en croissant. Cependant il n'existe que peu d'informations concernant la nature des produits qui se forment et à ma connaissance, l'on n'avait pas encore signalé la formation d'aldéhydes dans ces conditions.

Tout récemment, Brady et Day (¹) ont cependant signalé que lors de la nitration du *p*-éthyltoluène, il se forme un peu de *p*-méthylacétophénone et des traces d'un aldéhyde qui semble être le *p*-tolylacétaldéhyde.

Conclusions. — 1° La nitration du chloro-para-xylène en milieu sulfu-

(¹) Brady et Day, *J. of the Chem. Soc.*, janvier 1934, p. 121.

rique s'accompagne d'une réaction d'oxydation d'un groupe méthyle, ce qui fournit de l'aldéhyde et de l'acide chloro-méthylbenzoïque.

2° C'est le groupe méthyle le plus éloigné du chlore qui se trouve seul oxydé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Essai de préparation de rubènes dérivés du fluorène : obtention d'un composé rouge non rubénique. Tensions internes et probabilités de formation des rubènes.* Note de MM. **Charles Dufraisse** et **Arnaldo Peres de Carvalho**, présentée par M. Delépine.

Le rubène, I, que nous avions en vue, se distingue des autres, II, par une cyclisation unissant chaque groupe benzo à l'un des aryles placés en α sur le pentagone adjacent. Il aurait dû prendre naissance en soumettant le phényléthinylfluorénol, III, aux opérations qui donnent les rubènes à partir des diarylaryléthinylcarbinols, $Ar^2C(OH)-C\equiv C-Ar$.

a. Le phényléthinylfluorénol, $C^{21}H^{14}O$, III (fus. 82-83°), a été obtenu régulièrement, suivant la voie habituelle, en condensant le phénylacétylène avec la fluorénone. Il a manifesté certaines des propriétés ordinaires des carbinols acétyléniques : en particulier, il s'est isomérisé facilement en une cétone éthylénique, la fluorénylidène-acétophénone, $C^{21}H^{14}O$, IV. Mais quand on lui a fait subir les traitements destinés à le transformer en ester chlorhydrique et de là en rubène, par perte du chlore sous forme d'hydracide, il s'est comporté de manière insolite.

L'opération a fourni un composé (fus. instantanée 290°) qui n'avait d'un rubène rien d'autre que la couleur rouge, sans le même spectre d'absorption (*fig.* 1) : sa formule, $C^{42}H^{26}Cl^2$, comportait deux atomes de chlore, alors que celle du rubène attendu ne pouvait pas en contenir. De plus, il n'était pas fluorescent. Enfin, il n'absorbait l'oxygène à la lumière qu'avec une extrême lenteur, et le produit d'oxydation n'était pas dissociable.

Entre le carbinol acétylénique et ce corps rouge, il existe un terme intermédiaire incolore (fus. instantanée 120°-121°), peu stable et contenant 10,63 pour 100 de chlore. Chauffé, ce composé fournit le corps rouge mélangé d'un corps jaune d'or (fus. inst. 250°), non chloré et différent de la fluorénylidène-acétophénone, laquelle est également jaune.

La constitution du corps rouge est en cours d'étude ; nous croyons devoir suggérer, comme formule possible, un dispositif, V, apparenté à la fois aux fulvènes et aux quinones, sans toutefois contenir à la lettre aucun de ces deux groupements.

b. En ce qui concerne le rubène attendu, on n'en a pas trouvé la moindre trace dans les huiles résiduelles où le spectre intense et caractéristique, correspondant à son type de groupement chromophore, aurait permis de le déceler à des teneurs infimes. Il faut donc admettre que la structure fluorénique n'est pas favorable à la production des rubènes.

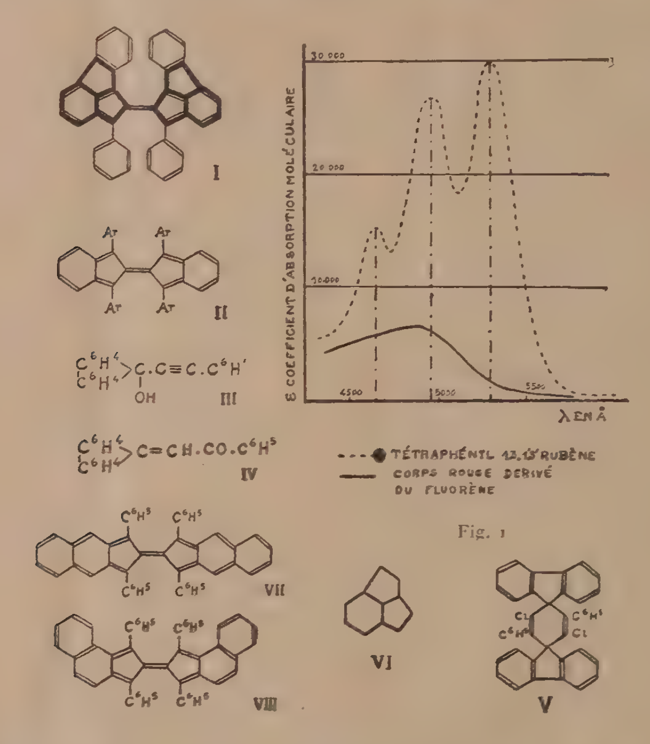


Fig. 1

La raison théorique de cette incapacité doit être recherchée dans les tensions trop élevées qu'apportent au système les deux cycles supplémentaires mentionnés au début.

Il y a déjà longtemps que v. Braun (¹) avait signalé, comme fortement tendu, le triple accolement, VI, d'un hexagone avec deux pentagones, précisément celui de la formule I (partie du schéma tracée en traits gras).

(¹) Julius v. Braun, E. Danziger et Z. Koehler, *Ber. d. chem. Ges.*, 50, 1917, p. 56; Julius v. Braun et Joseph Reutter, *Ber. d. chem. Ges.*, 59, 1926, p. 1922; Joseph G. Jackson et James Kenner, *Journ. Chem. Soc.*, 1928, p. 573; Julius v. Braun et Ernest Anton, *Ber. d. chem. Ges.*, 62, 1929, p. 145.

Sans doute, la structure VI n'est-elle pas irréalisable, puisqu'elle a été obtenue par F. Koelsch [1]. Elle n'en constitue pas moins un sérieux obstacle à la synthèse des molécules qui la contiennent, surtout quand il existe d'autres difficultés de préparation, comme c'est le cas pour les rubènes en général.

La structure rubénique, d'ailleurs, s'accommode fort mal des cyclisations supplémentaires, tout au moins de celles qui intéressent les groupements benzo. Déjà, le simple accolement à un noyau benzénique la gêne au point que l'on n'est pas encore parvenu à préparer les corps de formules VII, VIII, dérivant du naphtalène. Comme substituant monovalent, le noyau naphtalénique s'adjoint aisément à l'édifice bifulvénique des rubènes pour donner un dinaphtylrubène [2]; mais il en reste indépendant et s'est refusé jusqu'ici à y figurer comme partie intégrante sous forme de l'un des benzorubènes VII et VIII.

Au contraire, comme on le sait par les nombreux exemples actuellement connus, les cyclisations jetées en « pont » entre les deux pentagones sont bien tolérées par la structure rubénique, puisqu'elles se bouclent avec une grande facilité.

En conséquence, les cycles supplémentaires ne sont gênants pour les synthèses dans la série des rubènes que quand ils intéressent les hexagones du squelette bifulvénique; les tensions internes qui s'ensuivent alors diminuent beaucoup les probabilités de formation des rubènes correspondants.

GÉOLOGIE. — *Sur le rivage méridional de la Mésogée jurassique dans les confins algéro-marocains.* Note de M. N. **Menchikoff**.

Il existe, dans l'Atlas saharien des confins algéro-marocains du Sud, de vastes affleurements de terrains jurassiques [3], qui, au Sud, s'arrêtent brusquement au voisinage d'une ligne passant par Bou Anane, Menaba et Béni Ounif.

---

(1) *Am. Chem. Soc.*, **54**, 1932, p. 4744.

(2) C. Moureu, C. Dufraisse et A. Willemart, *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 266.

(3) Flamand, *Recherches géologiques et géographiques sur le Haut-Pays de l'Oranie et sur le Sahara*, Lyon, 1911, p. 372 et suiv.; J. Savornin, *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 281; P. Russo, *Ann. Univ. Lyon*, nouv. série, 1927, fasc. 46, p. 54.

A quelque distance au Nord de cette ligne, on peut observer, de bas en haut, en discordance sur le Paléozoïque plissé, la succession suivante de terrains jurassiques :

1° *Couches rouges de base*, gréseuses ou plus ou moins argileuses, presque toujours chargées de paillettes d'oligiste et totalement dépourvues de fossiles. Elles sont souvent surmontées de coulées de basalte doléritique et parfois même complètement remplacées par celles-ci. Généralement rapportées en Afrique du Nord au Trias, ces couches rouges pourraient ici comprendre également l'Infra-Lias.

2° Lias inférieur. — Le premier niveau bien daté de la série jurassique est le Sinémurien supérieur, caractérisé par des *Arnioceras* du groupe de *A. geometricum* Oppel. La roche est un calcaire, généralement lité, dont la puissance peut atteindre quelques centaines de mètres (Béni Yatty).

3° Lias moyen. — Souvent à l'état de calcaires lités, contenant des *Seguenziceras* du groupe de *S. algovianum* Oppel et de rares *Lytoceras*.

4° Lias supérieur. — Marnes grises, riches en Ammonites, qui représentent le Toarcien à *Coeloceras* du groupe de *C. subarmatum* Y. et B. et l'Aalénien à *Harpoceras opalinum* Reineke, *Tmetoceras*, *Dumortieria* et *Lytoceras*.

5° Bajocien. — Marnes et marno-calcaires à *Cadomites*, *Witchellia*, *Oppelia*, *Strigoceras* (¹), accompagnés de Bélemnites et de Lamellibranches.

6° Bathonien. — Calcaires oolitiques à *Gymnocidaris pustulosa* Agassiz (²), Brachiopodes et Lamellibranches. On y observe fréquemment une stratification entre-croisée très nette, due, sans doute, aux courants côtiers.

Au sommet les calcaires oolitiques passent à des grès rouges continentaux.

Toutes ces formations présentent de fortes variations de faciès, surtout au voisinage de la limite méridionale des affleurements jurassiques.

Les faciès récifaux, d'habitude très rares dans le Lias, sont ici particulièrement bien développés dans le Domérien; ce sont des calcaires massifs, lenticulaires, d'importance très variable, atteignant jusqu'à 300^{m} d'épaisseur et souvent accompagnés de brèches. On y trouve toute une faune de Polypiers, de Gastéropodes et de Lamellibranches. Parmi ces derniers existent des formes nouvelles fort curieuses, de taille exceptionnelle (jusqu'à 40^{cm}), dont la charnière rappelle celle des *Opisoma*. Par leur faciès, ces couches rappellent les calcaires gris de Vénétie (³) et les calcaires du moulin de Jupille dans la Sarthe (⁴).

A mesure qu'on se rapproche du bord sud des affleurements, toute la série marine diminue rapidement d'épaisseur; des grès et des conglomérats

(¹) Toutes ces déterminations d'Ammonites ont été faites par M. G. Dubar.

(²) Cette détermination est due à M. J. Lambert.

(⁴) G. Boehm et Chalot, *Bull. Soc. géol. France*, 3ᵉ série, **15**, 1887, p. 403.

(³) G. Boehm, *Zeitschrift der deut. geolog. Gesellschaft*, **36**, 1884, p. 737.

s'intercalent au milieu des calcaires et prennent un développement de plus en plus considérable; les calcaires, devenus massifs et dolomitiques, se chargent eux-mêmes de galets gréseux empruntés aux rochers paléozoïques du socle. Enfin à la limite même des affleurements, les derniers témoins des dépôts marins se terminent en pointe au milieu de couches rouges continentales, conservées sous le Crétacé.

Il y a là tout un ensemble de caractères, indiquant l'existence d'une ancienne ligne de rivage.

On voit ainsi que, dans les confins algéro-marocains du Sud, *la limite méridionale des affleurements jurassiques conservés coïncide exactement, sur près de* 200^{km}, *avec la ligne de rivage de la Mésogée* qui, du Sinémurien au Bathonien inclus, limita au Nord le continent saharien.

GÉOLOGIE. — *Découverte du Sénonien au Damergou* (*Niger français*). Note de MM. **Raymond Furon** et **Conrad Kilian**, transmise par M. L. Cayeux.

Le Crétacé a été découvert au Damergou en 1903 par le capitaine Gaden; il s'agissait d'assises turoniennes ([1]). L'existence certaine du Cénomanien au Niger a été récemment démontrée par l'un de nous ([2]) et sa présence au Damergou a été confirmée par M. R. Lambert ([3]). La présence du Sénonien avait été soupçonnée, mais n'avait pu être affirmée ([4]).

Or, parmi les fossiles de Tanout (Damergou) adressés au Muséum par M. Loubet (fossiles dont une partie a fait l'objet d'une Note récente) ([5]), nous avons étudié deux fragments d'Ammonitidés qui nous paraissent indiscutablement sénoniens.

a. Le mode de conservation en noyaux siliceux est comparable à celui d'Ammonites sénoniennes du Sud Tunisien et des États du Levant sous mandat français; il est radicalement différent de celui des fossiles provenant en grande abondance des calcaires jaunes magnésiens du Turonien du Damergou.

b. L'un de ces fragments est assez important pour permettre de se faire

([1]) A. de Lapparent, *Comptes rendus*, **136**, 1903, p. 1379.

([2]) R. Furon, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 793.

([3]) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 489.

([4]) R. Furon, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1033.

([5]) *Ibid.*, **198**, 1934, p. 1248.

une opinion. C'est un sixième de tour environ d'une Ammonite appartenant à uu groupe mal connu, mais étudié par l'un de nous ([1]), très particulier et strictement sénonien.

C'est un groupe nouveau apparenté aux *Sphenodiscus*, *Coahuilites* ([2]), *Cœlopoceras* et *Namadoceras*. Une forme très voisine a été recueillie par M. Menchikoff dans le Sénonien de Syrie (Santonien ?); une autre, assez voisine également, par Pervinquière dans le Sud Tunisien (Santonien supérieur-Campanien inférieur ?). Une autre forme, également très apparentée, a été découverte par M. Charles Jacob dans le Santonien de Sougraigues (Pyrénées).

Conclusion. — Le Sénonien est maintenant indubitable au Damergou, situé entre les gisements connus du Niger occidental et de Bilma.

En outre, il est intéressant de noter cette nouvelle indication d'affinités entre certains éléments des faunes crétacées de Syrie, du Sahara et des confins États-Unis-Mexique.

GÉOLOGIE. — *Développement des Calcaires à Rosalines en Grèce.* Note de M. **Jacques de Lapparent**, transmise par M. L. Cayeux.

Nous avons dit ([3]) que les bauxites de Grèce, d'âge crétacé, dont les gîtes sont largement répandus en Attique, en Béotie et en Phocide, supportent un toit de calcaires à Hippurites.

Sur ce toit viennent s'appliquer des calcaires à Rosalines. Ceux-ci, contenant à la fois *R. Linnei* d'Orb. et *R. Stuarti* J. de L., réalisent le faciès des couches supérieures d'Hendaye (Sainte-Anne) : couches à *Stegaster* du Maestrichtien ([4]). Ainsi voit-on succéder à des sédiments néritiques (couches à Hippurites) des sédiments que, relativement aux premiers, l'on peut dire bathyaux et qui sont certainement pélagiques (couches à Rosalines). Une telle succession de faciès est la manifestation, en ces régions de Grèce, de ce qu'on a nommé la transgression maestrichtienne. Les calcaires à Rosalines en question, gardant la même composition faunique, sont, vers

([1]) C. Kilian, *C. R. Soc. géol. Fr.*, 1932, p. 76.

([2]) E. Böse, *U. Texas Bull.*, 1927, n° 2748.

([3]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1162.

([4]) Jacques de Lapparent, *Étude lithologique des terrains crétacés de la région d'Hendaye*, 1918.

leur partie supérieure, chargés de silex. Au-dessus d'eux se trouve la masse importante des couches rouges noduleuses schistoïdes, bien connues de tous les géologues qui ont visité la Grèce.

La transition des calcaires à Rosalines à ces couches rouges est des plus intéressantes à suivre. Les calcaires à Rosalines commencent par devenir franchement glauconieux et se chargent de débris phosphatiques. Puis, la roche restant essentiellement calcaire, les Rosalines disparaissent progressivement, *R. Stuarti* la première, *R. Linnei* ensuite. Elles sont remplacées par des Globigérines à grosses loges du type *Globigerina bulloïdes*. Il ne reste enfin qu'un calcaire à Globigérines analogue à celui qui forme, à Hendaye, les rochers des Jumeaux et qui, dans tout le pays basque franco-espagnol, représente le Danien. Les couches rouges noduleuses schistoïdes prennent alors la place du calcaire massif. Elles contiennent encore la Globigérine à grosses loges. Nous considérons ces couches comme marquant, en Grèce, le passage du Danien aux termes inférieurs de l'Éocène; ce dernier étant représenté par le flysch gréseux gris verdâtre qui surmonte uniformément les couches rouges noduleuses.

Du Maestrichtien supérieur au Danien une rupture d'équilibre, dont témoignent les faciès glauconieux et phosphatiques, s'est donc produite entre la mer et les terres émergées. Une sédimentation détritique intense en est résultée. C'est, pour la Grèce, la manifestation de ce qu'on a nommé la régression danienne.

Nous avons retrouvé d'autre part les calcaires à Rosalines en Eubée, se présentant toutefois comme calcaires moins purs, plus chargés de matériaux détritiques que ceux dont nous venons de parler, mais toujours situés, comme ceux-ci, par dessus des faciès à Rudistes. Ils accusent aussi la transgression maestrichtienne. Les couches à *Stegaster*, découvertes par Deprat [1], sont des calcaires à Rosalines.

Lorsque, de Phocide, l'on se dirige vers l'Étolie, il apparaît que les faciès calcaires qui formaient la masse des montagnes du Parnasse et du Ghiona sont remplacés par des faciès siliceux représentés par de multiples petits lits de Radiolarites. C'est là un fait maintenant classique [2]. Ces faciès siliceux sont surmontés par des calcaires en bancs minces parmi lesquels on trouve des couches à Rosalines. Le passage des bancs siliceux aux calcaires se fait comme suit : le calcaire se mélange au silex de telle manière que ce

---

(1) *Étude géologique et pétrographique de l'Ile d'Eubée*, 1904.

(2) C. Renz, *Geologische Studien in den mittelgrieschischen Hochgebirgen*, 1920.

dernier n'apparaisse plus que comme une concrétion lamellaire dans un lit calcareux, mais calcaire et silex restent l'un et l'autre « à Radiolaires », puis le calcaire se substitue complètement aux bancs siliceux et devient un calcaire à petites Globigérines. Une série de bancs minces est ainsi formée, dans la masse desquels on trouve des couches à Rosalines. Les Rosalines y sont parfois associées à des débris d'Hippurites en un mélange grenu.

Telles sont les choses au débouché, vers Naupacte, de la vallée du Mornopotamos; telles elles demeurent, à peu près, en Achaïe, de l'autre côté du golfe de Corinthe, dans le Péloponèse : nous l'avons vérifié sur la route de Patras à Kalavryta, et nos observations concordent avec celles qu'a faites M. Blumenthal dans le Chelmos [1]. Au Mornopotamos et en Achaïe, à l'inverse de ce qui se voit à l'Est, le Maestrichtien calcaire succède, en continuité de passage, à des faciès siliceux plus profonds. Il faut tenir la zone terminale des couches siliceuses comme représentant le Crétacé supérieur au-dessous du Maestrichtien. On sait d'ailleurs que le faciès siliceux atteint, en Argolide, l'Urgonien [2] et qu'il se poursuit jusqu'au Trias dans l'Olonos (C. Renz).

Nous n'avons pas retrouvé les calcaires à Rosalines dans la montagne Klokova, à l'ouest de Naupacte, qui forme, au sein du flysch éocène, une avancée orientale des faciès ioniens. Le bloc calcaire dont est constituée la montagne fournit la série stratigraphique depuis au moins la base du Jurassique (dolomies) jusques, et y compris, le Lutécien supérieur. Un calcaire fin à petites Globigérines situé entre des lumachelles et un conglomérat paraît marquer le passage du Maestrichtien au Danien. C'est au-dessus qu'on trouve les calcaires à Alvéolines de l'Éocène et le niveau lutécien de bauxites que nous avons antérieurement signalé.

PALÉONTOLOGIE. — *L'évolution comparée des molaires supérieures chez les Primates et les Insectivores primitifs*. Note de Mlle **Madeleine Friant**, présentée par M. Ch. Jacob.

Par l'ensemble de leur morphologie, les Primates s'affirment nettement comme un rameau divergent des Insectivores; leur différenciation se serait

(1) *Zur Kenntnis der Querprofils des zentralen und nördlichen Peloponnes*, 1933.
(2) L. Cayeux, *Comptes rendus*, 136, 1903, p. 165.

produite, à l'époque éocène, par le développement des caractères particuliers qui marquent le début de leur évolution dans le sens de la spécialisation intellectuelle. Mais, les matériaux paléontologiques se prêtent si mal, d'ordinaire, à la constatation de ce début d'évolution que, souvent, dans un cas donné, il est impossible d'affirmer si l'on est en présence d'un Primate

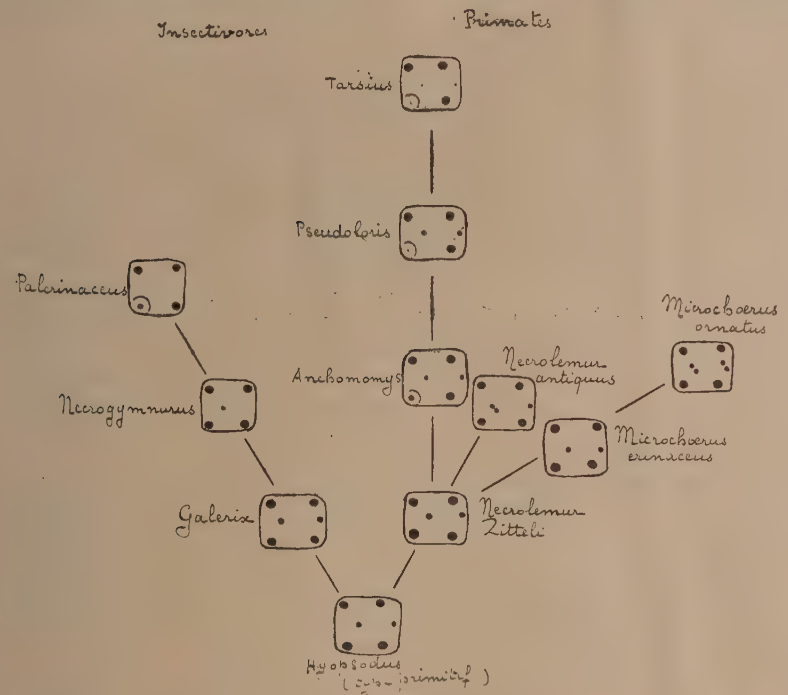


Schéma destiné à faire comprendre la marche différente de l'évolution des molaires supérieures chez les Insectivores primitifs (Erinacéidés) et les Primates archaïques (*Tarsioïdea*). La molaire choisie est la première, M^1; elle est orientée de telle sorte que sa face externe est en haut et sa face antérieure à droite. Quand le tubercule postéro-interne est entouré d'un arc de cercle, cela indique qu'il paraît se détacher plus ou moins de l'ensemble des autres.

ou d'un Insectivore. J'ai observé que l'évolution des molaires supérieures se poursuit, cependant, d'une manière très différente dans l'un et l'autre groupes.

Au point de vue morphologique dentaire, les plus primitifs des Primates sont, sans aucun doute, les *Tarsioïdea* qui, répandus à l'époque éocène en Amérique du Nord et en Europe, n'ont plus, actuellement, qu'un seul représentant, le *Tarsius* de la Malaisie.

Leurs molaires supérieures présentent, chez les plus archaïques d'entre

eux (*Necrolemur Zitteli* Stehlin, par exemple), le type morphologique constaté à l'origine de tous les groupes mammaliens placentaires primitifs (Condylarthres, Créodontes) ([1]), à savoir trois rangées longitudinales de tubercules, deux externes, deux intermédiaires et deux internes.

Ce type dentaire primitif s'est, chez les autres *Tarsioïdea*, différencié suivant deux directions : d'une part, multiplication progressive des tubercules intermédiaires (*Necrolemur antiquus* Filhol, *Microchœrus ornatus* St.); d'autre part, réduction progressive du tubercule postéro-interne, suivie d'un effacement également progressif des tubercules intermédiaires, qui subsistent cependant encore à l'état de vestiges, faciles à constater sur des dents vierges, chez le plus évolué des *Tarsioïdea*, le *Tarsius* actuel.

Chez les Insectivores, le type morphologique primitif des molaires supérieures se constate également (*Hyopsodus-Galerix*); mais ici l'évolution se poursuit d'une manière très différente; elle commence par la disparition progressive des tubercules intermédiaires, l'antérieur s'effaçant d'abord (il est déjà effacé chez le *Necrogymnurus* de l'Oligocène), puis le postérieur (*Palerinaceus*), les molaires supérieures (la première en particulier) ne présentant plus alors, chez les Érinacéidés les plus évolués, que quatre tubercules, les deux externes et les deux internes ([2]).

Pour bien se rendre compte tout à la fois de la réalité et de la valeur de cette différence des Insectivores et des Primates au début de leur évolution, il est indispensable de ne point perdre de vue ce principe, d'application générale en Paléontologie, mais trop souvent méconnu, à savoir que les dispositions morphologiques primitives ne sont pas nécessairement toujours celles que l'on constate chez les animaux qui, à un moment donné de l'état de nos connaissances, se montrent les plus anciens.

BOTANIQUE. — *Méthodes de calcul de la courbe théorique de la croissance des sarments de vigne*. Note ([3]) de MM. **H. S. Reed** et **J. Dufrenoy**, présentée par M. L. Mangin.

La courbe théorique de la croissance d'un organisme peut se calculer par l'équation de la courbe logistique $y = A / 1 + Ce^{rt}$, où y est la taille au temps t, A la taille supérieure ou limite que peut acquérir l'organisme

([1]) Voir M. Friant, *Publications du Muséum*, n° 1, 1933, p. 123.

([2]) Voir pour plus de détails : M. Friant, *Archives du Muséum*, 1934, sous presse.

([3]) Séance du 9 avril 1934.

considéré, C est la valeur de $A - y/y$ à l'origine du temps ($t = 0$) et $r = em$, e étant la base des logarithmes népériens et m la pente de la droite qui représente, sur un papier semi-logarithmique, l'équation $z = A - y/y$.

Pour préjuger de l'opportunité de représenter par une courbe logistique la croissance d'un organisme, il convient de s'assurer de ce que les valeurs observées de $A - y/y$ satisfont bien à la forme logarithmique de l'équation logistique

$$\log_e \frac{A - y}{y} = \log_e C - rt.$$

Nous avons soumis à cette analyse mathématique les valeurs observées pour la croissance des sarments de vigne de la Station de Pathologie végétale du Sud-Ouest (Bordeaux), nous avons montré [1] que les élongations observées pour chaque période nycthémérale montrent une étroite corrélation avec la température moyenne des 24 heures précédant l'observation; nous nous proposons maintenant de montrer que, malgré les fluctuations journalières, la marche générale de la croissance des sarments peut être exprimée par une fonction mathématique.

Les valeurs de $A = y/y$ calculées pour chaque valeur de y correspondant aux nycthémères de température moyenne 15°, reportées sur un papier semi-logarithmique, s'alignent sur une droite de pente $m = -0,02844$. Dans l'équation de la courbe logistique, substituons à e^{rt} la valeur correspondante, 10^{mt}, et choisissons pour asymptote supérieure de la courbe la valeur $A = 4200$; l'équation de la courbe de croissance des sarments devient :

$$y = \frac{4200}{1 + 10^{-0,02844\,t}};$$

cette équation est figurée sur le graphique par la courbe de traits discontinus qui suit l'allure générale de la courbe de la croissance observée, dont les valeurs sont figurées par des cercles.

Il convient encore mieux de considérer la croissance comme le résultat de réactions autocatalytiques, susceptibles par conséquent d'être représenté graphiquement par une courbe sigmoïde dont l'équation générale est de la forme

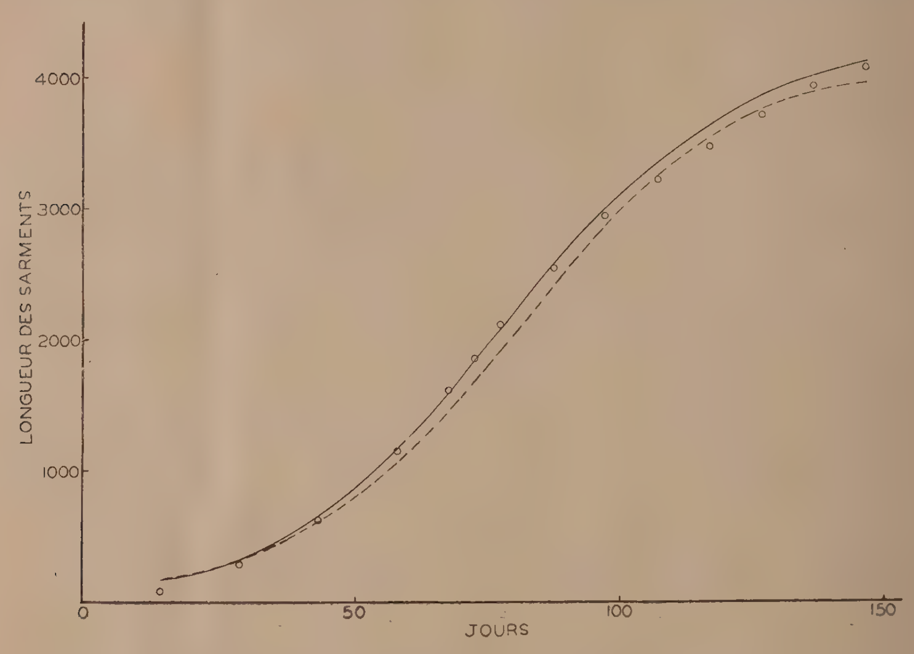
$$\frac{dy}{dt} = ky(A - y).$$

(1) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 639.

qui peut s'intégrer sous la forme logarithmique

$$\log \frac{y}{A - y} = Ak(t - t_1).$$

Avec une telle équation, cependant, les valeurs calculées pour le début de



Graphiques de croissance des sarments de vigne. — Les élongations observées sont figurées par des cercles, la courbe « logistique » est figurée en traits discontinus, la courbe « autocatalytique » en trait plein.

la croissance sont systématiquement inférieures aux valeurs observées, ce qui s'explique puisqu'une réaction autocatalytique ne s'amorce qu'après que y a acquis une certaine valeur; pour tenir compte de ce fait, l'un de nous a montré [1] qu'il faut introduire dans l'équation une constante α telle que

$$\log \frac{y + \alpha}{A - y} = \log \frac{\alpha}{A} + Akt.$$

---

[1] H. S. Reed, *Proc. Nation. Acad. Sc. U. S. A.*, 18, 1932, p. 1-8.

α doit représenter un déficit d'élongation dont est responsable un facteur inhibiteur, agissant surtout pendant la période initiale de la croissance.

A étant choisi égal à 4200, α ayant été calculé égal à 111 et k ayant été calculé égal à $0{,}0208 \pm 0{,}00197$, l'équation se représente sur le graphique par la courbe supérieure, qui se superpose pratiquement à la courbe des valeurs observées dans ses parties inférieure et moyenne.

Un retard des valeurs observées se manifeste pour la période qui correspond à la floraison et à la nouaison de la vigne; on sait en effet que la formation des organes sexuels inhibe la croissance végétative.

Ces résultats apportent donc une confirmation biométrique à l'interprétation de la croissance comme expression de phénomènes autocatalytiques.

Biochimiquement, ces phénomènes paraissent dépendre des hormones de croissance dont la signification a été récemment découverte.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le bourgeonnement des nucléoles observé chez le* Lathræa Clandestina *et chez quelques plantes à prochromosomes.* Note ([1]) de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

L'étude cytologique du *Lathræa Clandestina* nous a mis en présence d'un certain nombre de faits singuliers concernant les noyaux, leur structure et leur évolution. Nous croyons qu'il faudra en tirer des conséquences de nature à orienter les idées dans une voie nouvelle sur la question des nucléoles et de leur rôle, ainsi que sur l'interprétation à donner des noyaux dits à prochromosomes.

Les noyaux des organes les plus divers du *L. Clandestina* sont remarquables par la présence, non seulement de nucléoles presque toujours volumineux, mais encore de masses chromatiques en nombre variable, accolées contre la paroi interne de la membrane nucléaire. Cette structure paraît comparable à celle que plusieurs auteurs ont décrite dans certains noyaux du type à prochromosomes ou du type à chromocentres. Bien que nous pensions que les masses chromatiques périnucléaires du *L. Clandestina* ne répondent pas à la définition habituelle, soit des prochromosomes, soit des chromocentres, nous leur attribuerons provisoirement ce dernier nom, en attendant que l'utilité éventuelle d'une nouvelle appellation puisse être démontrée.

L'origine de ces chromocentres peut être établie d'une manière, à notre

([1]) Séance du 23 avril 1934.

avis, indiscutable. Le nucléole en effet, dans presque tous les noyaux dits au repos, apparaît en voie de bourgeonnement actif et des masses chromatiques plus ou moins grosses s'observent en relation avec la substance nucléolaire par l'intermédiaire d'un tractus; ces masses atteignent la membrane nucléaire et se détachent en fin de compte du nucléole pour devenir indépendantes et constituer les chromocentres. Sans doute le rattachement de certains chromocentres au nucléole par un filet chromatique, fait d'une netteté parfaite, ne serait peut-être pas suffisant pour conclure à l'origine nucléolaire de ces derniers, mais il est facile de trouver différents stades qui prouvent incontestablement que le nucléole est le siège d'une extrusion de substance. Généralement ce bourgeonnement débute par la formation d'une sorte d'épine très courte à la surface du nucléole, puis cette protubérance se renfle à son extrémité en un globule arrondi qui s'éloigne du nucléole et atteint la membrane nucléaire contre laquelle il se déprime en prenant tout d'abord une forme triangulaire. Le tractus fin et peu coloré reliant encore à ce stade le chromocentre au nucléole se rompt alors en son milieu, phénomène qui s'accompagne parfois de la libération d'un granule chromatique dans l'intervalle.

Le bourgeonnement nucléolaire ainsi défini paraît exister dans tous les noyaux et dans tous les tissus du *Lathræa Clandestina* (tige, feuilles, méristènes, organes floraux). Il est particulièrement intense et atteint des proportions inusitées dans les cellules du tapis de l'anthère dont les noyaux, les nucléoles et les chromocentres sont spécialement gros. Il est au contraire peu apparent dans les microspores en voie de formation; il semble donc y avoir une relation entre l'activité du nucléole et le rôle trophique des cellules. Les nucléoles sont, d'une manière constante, porteurs de quatre ou cinq bourgeons chromatiques à divers états de développement et de pareilles images ne peuvent s'expliquer d'une manière statique, en supposant que certains chromocentres sont rattachés au nucléole et que d'autres sont indépendants. Tous les fixateurs employés (Bouin, Nawaschine, Flemming, Regaud, Benda) conservent d'ailleurs à peu près également bien les chromocentres et les tractus les reliant au nucléole.

Les faits que nous venons de décrire pour le *Lathræa Clandestina* nous ont conduit à rechercher s'ils n'existeraient pas également dans les plantes où divers auteurs ont décrit soit des prochromosomes, soit des chromocentres [1]. Or chez deux d'entre elles, *Phaseolus vulgaris* et *Cucurbita Pepo*,

---

(1) On pourra consulter à ce sujet le travail récent d'Eichhorn : *Aperçu sur le noyau à l'état quiescent* (*Rev. génér. de Bot.*, 42, 1930, p. 449).

nous avons retrouvé avec évidence un bourgeonnement nucléolaire qui avait jusqu'ici échappé à l'attention. Nous sommes donc amené à penser que les soi-disant prochromosomes de ces deux plantes dérivent, comme chez le *Lathræa*, du nucléole : nous pouvons donc, en utilisant le terme de nucléoline déjà employé par Lenoir [1], les considérer comme des « chromocentres de nucléoline », qu'il y aurait lieu de distinguer des « chromocentres de chromatine », seule catégorie admise jusqu'ici.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Modifications des concrétions lipidiques (stérinoplastes de Mirande) dans le bulbe de* Lilium candidum *suivant la température*. Note de M. R. **Reilhes**, présentée par M. Molliard.

Nous avons montré que les corps décrits par M. Mirande sous le nom de *stérinoplastes* dans l'épiderme des écailles du bulbe de *Lilium candidum* sont des concrétions intravacuolaires d'un complexe lipidique présentant les caractères des phospholipides, enveloppées d'une pellicule protéique. Nous avons établi en outre que ces corps renferment également, comme l'admettait Mirande, un phytostérol, mais que, pour déceler celui-ci, notamment par la réaction à la digitonine, il est nécessaire de soumettre préalablement les épidermes à l'action de la chaleur : les concrétions lipidiques étant désorganisées par un passage prolongé dans l'étuve, le phytostérol se trouve ainsi mis en liberté. Mirande a insisté sur le fait que ces corps lipidiques ne se montrent dans les écailles normales, non desséchées, du bulbe que chez le *L. candidum* qui se différencie nettement des autres espèces du même genre par des caractères très particuliers et notamment par son mode de végétation hivernale. Ce fait nous a amené à rechercher l'action de la température sur les caractères cytologiques de ce bulbe et ce sont les résultats de cette étude que nous résumons ici.

Dans les bulbes conservés au laboratoire à une température moyenne de 20°, nous avons constaté que les concrétions lipidiques deviennent extrêmement rares au bout de un ou deux mois. Des bulbes étant conservés de la sorte à partir d'octobre ne montrent plus de concrétions lipidiques en janvier. Enfin, dans un bulbe provenant du Maroc, nous n'avons pas trouvé de concrétions correspondant aux stérinoplastes.

Ainsi la végétation à température plus élevée que la normale amène la

---

[1] *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 698.

disparition des concrétions lipidiques. Cette disparition s'effectue suivant des processus que l'on peut suivre en élevant progressivement la température. Le bulbe de *L. candidum* placé dans l'étuve à 38°, au bout de 5 jours, montre encore dans l'épiderme de ses écailles quelques concrétions normales, mais le 6e jour celles-ci disparaissent en même temps qu'on voit apparaître des cristaux aciculaires groupés en aigrettes, solubles dans les alcalis et saponifiables, qui nous paraissent correspondre à des acides gras libérés. Dans certaines écailles, on ne trouve dans les vacuoles des cellules épidermiques ni concrétions, ni cristaux, mais on constate la présence dans le cytoplasme de ces cellules de nombreux grains d'amidou qui ne se rencontrent jamais dans l'épiderme du bulbe normal. La disparition des concrétions lipidiques est donc accompagnée d'une formation de glucides condensés en grosses molécules d'amidon. Si l'on expose un tel bulbe à l'action du froid, la température moyenne restant au-dessous de zéro, on constate que les grains d'amidon disparaissent, tandis que, dans les vacuoles de la plupart des cellules épidermiques, réapparaissent des concrétions, sous forme de masses sphéro-cristallines biréfringentes. D'autre part, la désagrégation des concrétions lipidiques ne se produit pas dans un bulbe placé à l'étuve s'il est étroitement enfermé dans une boîte de verre. Enfin on n'obtient pas la formation d'amidon si l'on opère sur des écailles détachées du bulbe qui cependant restent bien vivantes dans l'étuve, à 38°, pendant une semaine.

Dans ces conditions, on constate seulement l'hydrolyse des concrétions lipidiques et l'apparition des cristaux d'acides gras; ce résultat est obtenu : à 40° au bout de 3 jours, à 45° après 17 heures. Cependant, les cellules de l'épiderme de ces écailles sont également bien vivantes, car leurs vacuoles sont encore colorables vitalement et ces cellules sont toujours plasmolysables. A 50° au bout de 4 heures, à 53° au bout de 2 heures, on observe également la disparition des concrétions lipidiques et la formation des mêmes cristaux en aigrettes bien que les cellules des écailles ainsi traitées soient mortes. Nous avons suivi les transformations que subissent à partir de ces températures les concrétions lipidiques dans les lambeaux d'épidermes placés entre lame et lamelle dans une boite de Petri contenant un godet d'eau. A 58°, au bout de 20 à 30 minutes, on observe dans les vacuoles des cellules épidermiques, des figures myéliniques qui présentent finalement l'aspect de cordons pelotonnés : cette transformation se produit exatement comme dans les écailles sèches situées à la périphérie du bulbe de tous les Lis. L'épiderme placé dans l'étuve montre donc une accélération de ses

transformations normales. A 58°, au bout d'une heure, le contenu cellulaire vacuolaire paraît homogène, mais il suffit de prolonger le séjour dans l'étuve de 10 minutes à la même température pour voir apparaître les cristaux aciculaires d'acides gras. Ces transformations ne se produisent pas dans un épiderme chauffé dans l'eau, dans la vapeur d'eau ou sous lamelle lutée. On obtient donc régulièrement, au bout d'un temps déterminé pour la température correspondante, la disparition des concrétions lipidiques et la formation de cristaux aciculaires en aigrettes dans l'épiderme des écailles placées dans l'étuve. Les mesures effectuées de 58 à 65° nous ont permis de construire une courbe qui répond à la loi de Van't Hoff, sur la variation de la vitesse d'une réaction chimique suivant la température.

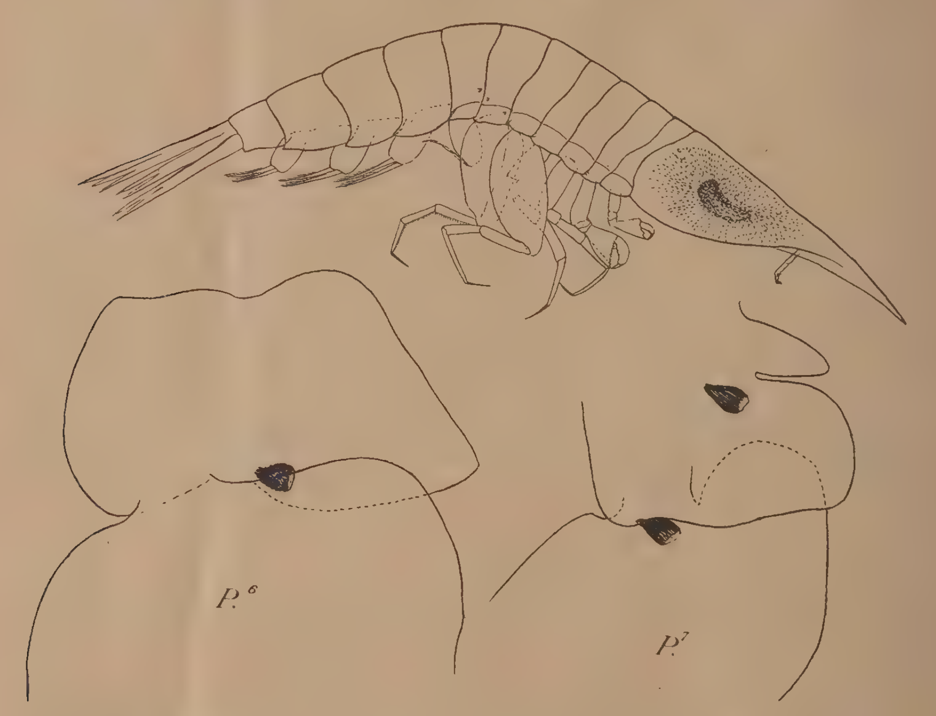
Il résulte donc de ces faits que la température règle la vitesse de transformation des lipides en agissant non seulement sur l'hydrolyse qui libère les acides gras, mais également sur l'ensemble des phénomènes qui transforment les acides gras en glucides. Les deux séries de réactions sont d'ailleurs liées l'une à l'autre et, de plus, la transformation des acides gras en glucides peut être en rapport avec la respiration. Mais quand on descend vers la température moyenne à laquelle le bulbe de *L. candidum* végète pendant l'hiver, la vitesse de transformation des lipides devient pratiquement nulle, l'équilibre entre les glucides et les lipides s'établit en faveur des lipides qui sont alors concrétionnés dans les vacuoles des cellules épidermiques.

ZOOLOGIE. — *Sur la présence d'organes lumineux chez les Amphipodes pélagiques*. Note de M. **Louis Fage**, présentée par M. Ch. Gravier.

Les organes lumineux, ordinairement assez fréquents chez les formes bathypélagiques, sont remarquablement rares dans la classe des Crustacés. A l'exception des Euphausiacés, bien pourvus à ce point de vue, on ne connaît d'organes lumineux munis de réflecteur et de lentille que chez un petit nombre de Décapodes appartenant principalement aux genres *Sergestes*, *Acanthephyra*, *Systellapsis*. Leur présence dans le groupe entier des Amphipodes est restée jusqu'à ce jour ignorée. Il y a lieu, toutefois, de rappeler que Woltereck a signalé, au voisinage des yeux des *Scypholanceola*, une paire d'organes réflecteurs qui seraient peut-être susceptibles d'émettre de la lumière.

Or, au cours de la première croisière du navire de recherches *Président-Théodore-Tissier*, nous avons eu la bonne fortune de capturer, par 500ᵐ de

profondeur, au large de la côte atlantique du Maroc, un Amphipode pélagique qui porte, de chaque côté du mésosome, au niveau du sixième segment, trois organes lumineux. En réalité, le plus antérieur de ceux-ci est situé entre le coxa et le basis du périopode 6 tandis que les deux autres sont placés respectivement sur le coxa et entre le coxa et le basis du périopode 7. Il s'agit d'organes isolés, en forme de coupe allongée, dont le fond et les parois



Streetsia nyctiphanes, sp. nov. ♀ ad. × 10 — P^6 et P^7, base des péréiopodes 6 et 7 × 60.

sont tapissés d'une épaisse couche pigmentaire brunâtre. Cette coupe est en partie remplie par de grosses cellules d'apparence glandulaire et son ouverture est recouverte par une membrane blanchâtre à structure polygonale, comme celle qui ferme les organes lumineux de certains poissons bathypélagiques tels que les *Cyclothone*, par exemple. Ces photophores, de dimension extrêmement réduite puisqu'ils mesurent seulement, suivant leur grand axe, $0^{mm},08$, sont orientés de manière à éclairer obliquement et en arrière.

Le genre *Streetsia*, auquel appartient cet Amphipode, comprend 6

ou 7 espèces, toutes plus ou moins bathypélagiques. Le même coup de filet, exécuté de $15^h 40^m$ à $16^h 10^m$ par 33°46′ N et 11°19′ W, et qui nous a donné l'individu examiné ici — une femelle de 10^{mm} dont la poche incubatrice est remplie d'œufs récemment pondus — a rapporté également des *Acanthoscina*, *Eupronoë*, *Simorhynchotus*, *Calamorhynchus*, *Platyscelus*, c'est-à-dire toute une faune de profondeur.

Cet individu se distingue des espèces actuellement décrites, non seulement par la présence de ses organes lumineux, mais aussi par l'ensemble des caractères suivants : dernier segment de l'urosone à peine d'un tiers plus court que le telson qui se termine brusquement en pointe aiguë; branche interne des uropodes 2 et 3 dilatée et les deux branches des uropodes 1 subsemblables régulièrement rétrécies de la base à l'extrémité; gnathopodes de même forme que ceux du *Streetsia carinata* Bov. mais avec le bord antérieur du carpe des gnathopodes 2 serrulé; basis du péréiopode 7 de même longueur que l'ensemble des articles suivants. Ce dernier caractère, en particulier, différencie notre espèce du *Streetsia porcellus* Claus avec lequel elle présente certaines affinités. Il s'agit donc d'une espèce nouvelle que nous proposons d'appeler *Streetsia nyctiphanes*, sp. nov.

ZOOLOGIE. — *Une nouvelle espèce de poissons abyssaux :* Saccopharynx Schmidti. Note de M. **Léon Bertin**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le genre *Saccopharynx* de Mitchill (sous-ordre des Lyomères; famille des Saccopharyngidés) ne comprenait jusqu'ici que deux espèces : *S. ampullaceus* (Harwood), connue par quatre spécimens, et *S. Harrisoni* Beebe, représentée par l'unique exemplaire du Musée de New-York. Seules, ces deux espèces sont mentionnées dans mon travail de mise au point sur la systématique des Lyomères [1]. Or j'ai reçu de Copenhague un nouveau *Saccopharynx*, capturé par le *Dana* sur la côte orientale d'Australie, et qui constitue nettement le type d'une troisième espèce. Je lui donne, comme il se doit, le nom de *Saccopharynx Schmidti*, en souvenir du Dr Johs. Schmidt, chef des expéditions du *Dana* et directeur du Laboratoire Carlsberg.

Diagnose. — Corps extrêmement allongé et se réduisant progressivement en hauteur

(1) ***Bull. Mus. Hist. Nat.***, Paris; **6**, 1934, p. 26-31.

depuis la tête jusqu'à l'extrémité caudale. Tête volumineuse, formée presque entièrement par les mâchoires et leurs suspenseurs qui, dépassant beaucoup le crâne en arrière, supportent une vaste poche membraneuse en forme d'entonnoir. Abdomen se raccordant insensiblement à la queue et ne formant *pas de saillie abdominale en arrière de l'anus*. Queue étirée en lanière. *Yeux petits* et situés presque à l'extrémité de la tête, à la base du rostre flexible (ethmoïde) qui sert d'attache à la mâchoire supérieure. Narines invisibles par suite du mauvais état du tégument. Dents assez longues, fines, crochues, au nombre de 30-40 par demi-mâchoire. Fentes branchiales rectilignes, longitudinales, très rapprochées l'une de l'autre sur la face ventrale et beaucoup plus proches de l'extrémité du museau que de l'anus. Ni opercules, ni rayons branchiostèges. Quatre paires de branchies en houppes. Pectorales petites, pédonculées, insérées horizontalement au-dessus de la partie postérieure des fentes branchiales. *Anale commençant près de l'anus qui est lui-même sous les 35e-36e rayons dorsaux*. Anale et dorsale s'arrêtant à une grande distance de l'extrémité de la queue. Pas de nageoire caudale mais *un organe, probablement lumineux, élargi dorsalement, situé très près de l'extrémité caudale*. Ligne latérale formée de tubules courts, isolés ou groupés par deux, et répartis, sans métamérisation bien nette, dans toute la longueur du corps. Quelques rangées de tubules sur la tête. *Pas de filaments latéro-dorsaux* insérés sur les deux lignes claires qui accompagnent la nageoire dorsale. *Trois filaments insérés, respectivement, un peu à gauche, un peu à droite et exactement sur le milieu de la crête dorsale, dans la partie postérieure de la queue*. Coloration, après séjour dans l'alcool, d'un brun noirâtre, plus claire à la base des nageoires anale et dorsale et au bout de la queue. Deux sillons bleuâtres commençant à l'arrière du crâne et bordant la nageoire dorsale dans toute sa longueur.

Caractères différentiels. — Les caractères soulignés dans la diagnose ci-dessus distinguent *Saccopharynx Schmidti* des autres espèces du même genre. Lui sont propres : l'absence de saillie abdominale en arrière de l'anus, la situation de cet orifice sous les 35e-36e rayons dorsaux, la présence de trois filaments au bord dorsal, dans la partie postérieure de la queue. Lui sont communs avec *S. Harrisoni* : l'absence de filaments latéro-dorsaux et l'existence d'un organe caudal. Mais celui-ci diffère largement de forme et de structure entre les deux espèces. Lui sont communs avec *S. ampullaceus* : la petitesse des yeux et la faible distance qui sépare l'anale de l'anus.

Caractères métriques. — Longueur totale 1380^{mm}. En pour 100 de la longueur totale : longueur de la tête (distance prébranchiale) 7,3; longueur de la tête et du tronc (distance préanale) 22; longueur de la queue 78; distance prédorsale 17,7. En pour 100 de la distance préanale : longueur des mâchoires 22,6. En pour 100 de la longueur de la tête : longueur du museau 13,7; diamètre oculaire 2,4. En réalité, les proportions du corps changent beaucoup par suite de la rétraction dans les liquides conservateurs et ne doivent être utilisées qu'avec circonspection dans la systématique des *Saccopharynx*.

Lieu et date de capture. — Station 3655 du *Dana* 33°39′ S, 159° E. A 1000^{km} environ de la côte orientale d'Australie (Sydney). Pris avec un filet traînant de 3^{m} de diamètre et 1000^{m} de longueur de câble, le 28 janvier 1929. Seul *Saccopharynx* actuellement connu provenant de l'océan Pacifique.

PHARMACODYNAMIE. — *Influence de l'atropine sur les effets intestinaux de l'adrénaline.* Note (1) de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Charles Richet.

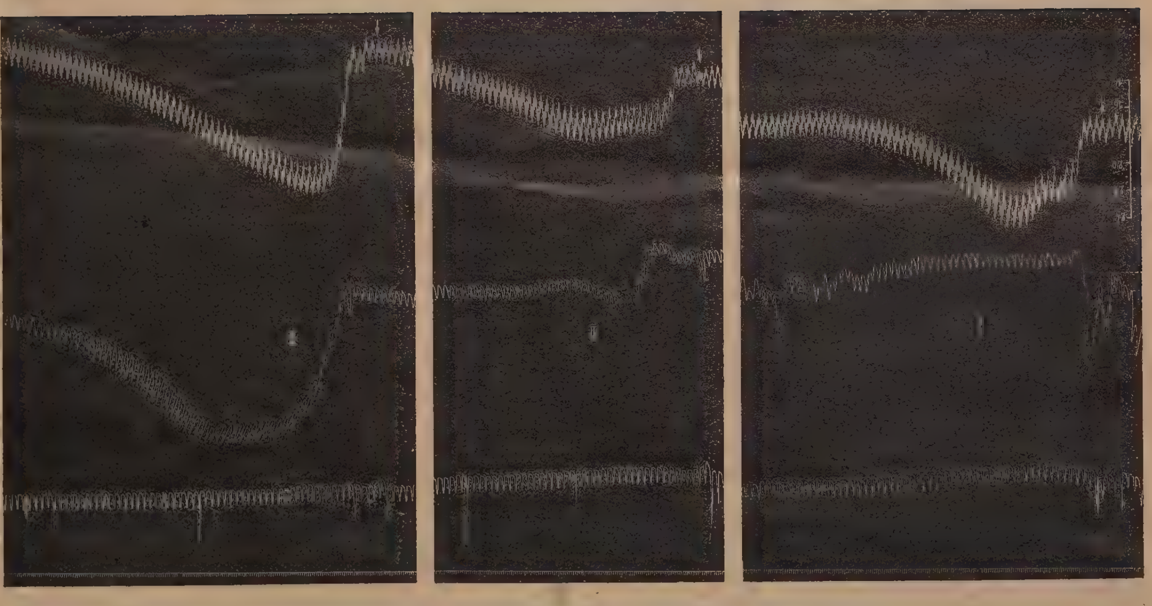
On a cru pendant longtemps que les substances sympathicolytiques ne pouvaient inverser que les effets sympathiques moteurs et n'exerçaient aucune influence sur les effets sympathiques inhibiteurs, mais les travaux de Rothlin et les nôtres ont montré que lesdites substances, si on les fait agir à dose suffisante, inversent aussi ces effets inhibiteurs.

On sait aussi que l'on a considéré l'atropine comme une substance sympathicolytique parce qu'à forte dose, elle diminue et peut même supprimer les effets hypertenseurs et vaso-constricteurs rénaux d'une dose moyenne d'adrénaline. Or nous avons pu constater qu'à des doses qui diminuent seulement l'action hypertensive de l'adrénaline, l'atropine inverse nettement les effets de cette amine sur le tonus intestinal. Alors, en effet, que, chez l'animal normal, une dose moyenne d'adrénaline, abaisse le tonus de l'intestin, cette même dose provoque, chez l'animal fortement atropinisé, une hausse marquée de ce tonus. Cette hausse est d'autant plus accentuée que l'hypertension qui l'accompagne est plus forte, c'est-à-dire que la dose d'adrénaline injectée est plus élevée. La figure qui accompagne notre Note permet de constater qu'il y a un parallélisme évident entre le tracé de la pression carotidienne et celui que fournit l'enregistrement, par la méthode du ballon, des modifications du volume interne de l'intestin grêle.

L'enregistrement simultané des mouvements respiratoires nous a permis de constater que l'élévation apparente du tonus intestinal, provoquée par l'adrénaline chez l'animal atropinisé, n'est pas due à une action que cette amine exercerait alors sur le diaphragme.

Trois arguments cependant nous interdisent de considérer comme une

(1) Séance du 23 avril 1934.



Expérience du 20 novembre 1928. — Chien de 14kg, anesthésié par le chloralose (12cg par kilogramme), bivagotomisé au cou et soumis à la respiration artificielle. — Première ligne : temps en secondes. Deuxième ligne : enregistrement des mouvements respiratoires par le cardiographe double de Marey. Troisième ligne : contractions de la musculature circulaire de l'intestin grêle enregistrées par la méthode du ballon. Quatrième ligne : variations de la pression carotidienne enregistrées au moyen du manomètre à mercure. On a injecté, dans la saphène, aux points marqués par les flèches, en I et en II, 0mg,05 d'adrénaline en solution dans 5^{cm^3} de soluté physiologique de chlorure de sodium, en III, 0mg,20 d'adrénaline en solution dans 20^{cm^3} du même soluté. Entre le tracé I et le tracé II, on a injecté, dans la saphène, 70mg de sulfate d'atropine, en cinq injections égales successives. — Tracés réduits des 6/10es.

manifestation sympathicolytique directe cette inversion pparente des effets intestinaux normaux de l'adrénaline. Tout d'abord, on ait que l'inversion des effets inhibiteurs de l'adrénaline exige une dose plu forte d'ergotamine ou de yohimbine que celle qui est nécessaire pour nverser ses effets moteurs. Or, à des doses qui diminuent à peine l'acti n hypertensive de l'adrénaline, l'atropine — comme nous l'avons vu — verse déjà l'action hypotonique intestinale de cette amine. En outre, l nversion par une substance sympathicolytique des effets inhibiteurs int tinaux de l'adrénaline se traduit non seulement par une hausse du tonus de la musculature circulaire de l'intestin grêle, mais encore par un renforc ment du péristaltisme de cet organe. Or ici, le tonus s'élève sans que l péristaltisme soit modifié. Enfin, s'il s'agissait d'une manifestation symp thicolytique normale, on devrait constater, comme dans tous les cas d ntagonisme, que l'inversion est d'autant moins marquée que la dose d'a rénaline injectée est plus forte. Or, chez l'animal qui a reçu une dose d'atr pine déterminée, l'adrénaline augmente d'autant plus le tonus intestinal qu'on en injecte davantage.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur le glucoside des grai es de Coronille.* Note de M. G. **Tanret**, présentée par M. A. De grez.

Schlagdenhaufen et Reeb (1884-1895) ont décrit sous l nom de coronilline un glucoside cardiaque qu'ils avaient retiré des grai es fournies par divers genres de *Coronilla* (Légumineuses) : l'étude n'en a pas été reprise depuis. Voulant le comparer au glucoside des feuilles de La rier-Rose ([1]), nous avons entrepris quelques recherches nouvelles sur ses propriétés chimiques et ses propriétés physiologiques.

I. Les graines ont été traitées par une méthode sem lable à celle employée pour les feuilles de Laurier-Rose. L'extrait, apr s défécation plombique, a été épuisé à l'acétone qui l'a scindé en deux frac ions : l'une, insoluble dans ce solvant, surtout riche en sucres; l'autre, so uble, renfermant la partie glucosidique.

1° Les sucres (25 à 50^g au kilog) sont formés par un mélange de saccharose et de stachyose, qu'on a retirés tous deux à l'état cristallisé. *C. scor-*

([1]) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 914; H. Simonnet et G. Tanret, *ibid.*, p. 1099.

pioïdes est pauvre en stachyose, *C. varia* est un peu plus riche (3 parties de stachyose pour 7 parties de saccharose). Les graines sont presque entièrement dépourvues d'amidon.

2° La partie glucosidique, par précipitations répétées au sulfate d'ammoniaque, a donné la coronilline (coronilloside). C'est un corps blanc, très amer, non hygrométrique, soluble dans l'eau, qui parfaitement déshydraté est peu soluble dans l'alcool absolu, mais qui se dissout facilement dans l'alcool à 95° : comme les chimistes nancéiens, nous n'avons pu l'obtenir cristallisé. Les rendements ont été de 7 à 8g au kilog pour *C. scorpioïdes*, de 0g,80 pour *C. varia*. Le glucoside a pour pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = -17°,6$. Il donne avec les acides des métaux lourds quelques-unes des réactions de précipitation des glucosides cardiaques à poids moléculaire élevé.

Schlagdenhafen et Reeb, le chauffant avec HCl étendu, l'avaient dédoublé en une substance réductrice qu'ils avaient, par cela même, considérée comme étant du glucose, et en une substance insoluble, brune, amorphe, la coronilligénine : ils avaient représenté ce dédoublement par la formule

$$2C^7H^{12}O^5 + 3H^2O = C^6H^{12}O^6 + C^8H^{18}O^7.$$

De l'hydrolyse sulfurique, nous avons isolé le glucose à l'état cristallisé. D'autre part, la cryoscopie et l'analyse élémentaire nous font proposer pour ce glucoside — avec les réserves que commande un corps amorphe, dépourvu de tout caractère de pureté — la formule $C^{23}H^{33}O^{10}$ et pour le produit amorphe de dédoublement la formule $C^{17}H^{23}O^5$: les proportions de glucose et d'aglucone qui se forment au cours de l'hydrolyse permettent de traduire celle-ci par l'équation

$$C^{23}H^{33}O^{10} + H^2O = C^6H^{12}O^6 + C^{17}H^{23}O^5.$$

La coronilline n'est pas dédoublée par l'émulsine des amandes ni par le macéré de levure basse. Elle l'est au contraire par le liquide de macération de l'*Aspergilus niger* et par le suc digestif de l'Escargot : avec celui-ci la réaction est extrêmement rapide et dans la liqueur d'hydrolyse il se dépose des aiguilles blanches, parfaitement cristallisées, fondant à 243°, ayant en solution alcoolique un pouvoir rotatoire dextrogyre $[\alpha]_D = +38°$ et pour lesquelles les chiffres d'analyse fixent la formule $C^{14}H^{18}O^3$. Le rendement en produit cristallisé est environ deux fois moindre que celui de la coronilligénine sulfurique, la seconde fraction de l'aglucone étant constituée par un corps amorphe, partiellement soluble dans l'eau. Le dédoublement par les ferments est donc plus complexe que celui provoqué par les acides :

tant que le coronilloside n'aura pas été obtenu cristallisé, on ne pourra affirmer que ces aglucones différentes proviennent d'un seul et même corps, ou ne sont pas produites par le dédoublement de deux glucosides voisins que leur état amorphe n'a pas permis de séparer.

3° Rappelons que les graines de coronille sont au nombre de celles qui contiennent de l'acide urique, ainsi que l'ont montré récemment MM. Fosse, de Graeve et Thomas [1].

II. L'étude physiologique de la coronilline a surtout été faite par Schlagdenhaufen et Gley (1889), par Marimaldi (1898); son étude clinique, par Spillmann et Haushalter (1889). Nos expériences de contrôle ont principalement porté sur sa toxicité, son action cardiaque, son action rénale.

Les chiffres de toxicité sont assez variables selon les auteurs. Pour la dose mortelle et par kilogramme d'animal, nous avons trouvé les chiffres suivants : chien, $0^{mg},72$ par voie intraveineuse; lapin, [illegible]$^{mg},25$ par voie intraveineuse et $4^{mg},25$ par voie sous-cutanée; cobaye, $2^{mg},75$ par voie intrapéritonéale.

Injecté au chien chloralosé, le glucoside produit d'emblée une élévation notable de la pression artérielle : celle-ci revient lentement à la normale pour des doses faibles ou moyennes ($0^{mg},25$ à $0^{mg},45$ par kilogramme), elle s'abaisse profondément pour des doses plus fortes ($0^{mg},65$ par kilogramme). Il y a en même temps élévation de la glycémie (14 à 37 pour 100 pour la dose de $0^{mg},45$ par kilogramme) : la hausse de pression est supprimée par la double surrénalectomie, faits qui montrent l'action adrénalino-sécrétoire du glucoside. Parallèlement il y a ralentissement du rythme cardiaque et augmentation d'amplitude des contractions, mais avec une intensité moins forte que dans le cas du Laurier-Rose, et avec une durée moins prolongée.

Quant à l'action diurétique, discutée, elle ne s'est montrée réelle qu'aux doses moyennes ($0^{mg},45$ par kilogramme) : des doses faibles amènent une certaine diminution du débit urinaire, des doses fortes une anurie totale.

Par sa toxicité plus élevée, par son action cardiaque modérée, par son pouvoir diurétique limité, la coronilline (coronilloside) paraît donc douée d'une activité inférieure à celle du glucoside du Laurier-Rose, et ne constituer ainsi qu'un cardiotonique d'une valeur très secondaire.

---

(1) Fosse, de Graeve et Thomas, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1411.

CHIMIE BIOLOGICE. — *Étude des protéides du sérum par la filtration sur des membranes de orosité graduée.* Note de M. **Pierre Grabar**, présentée par M. Ch. Acard.

Nous proposcs d'appeler ultrafiltration fractionnée l'opération qui consiste à séparepar filtration sur des membranes de porosité déterminée les composants d'un liquide contenant des molécules ou micelles de grandeurs différntes.

Nous avons samis à l'ultrafiltration fractionnée le sérum (de cheval) et des solutions deses constituants protéidiques dans du liquide de Ringer-Locke de pH voin de celui du sérum.

Pour prépar les membranes elles-mêmes et mesurer leur porosité, nous nous somes adressé aux procédés décrits par Elford [1]. En ce qui concerne la filtation nous avons employé soit des appareils métalliques du même auteur, sit nos appareils entièrement en verre [2]. Les appareils ont été stérilisé, les membranes tyndallisées, les liquides filtrés au préalable sur des mmbranes retenant les microorganismes [3].

L'ultrafiltraton proprement dite est compliquée, au début de la filtration, par des phénoènes d'adsorption dus à la membrane et, ultérieurement, par le colmatge de celle-ci, colmatage spécialement rapide lorsque le liquide contien des particules de dimension supérieure aux pores. De toute façon la perméabilité de la membrane, et partant la teneur du filtrat, pourra varier u cours de la filtration, de sorte qu'il est nécessaire de suivre par l'analyse [4]), dans le filtrat lui-même, la concentration des protéides étudiés. On purra déterminer ainsi la concentration maxima atteinte, ce qui constituele point important et le but de l'opération.

Les résultats obtenus peuvent se résumer ainsi :

1. *Pour lesérum.* — Des membranes de diamètre moyen des pores (d) égal à $9^{m\mu}$ nelaissent passer aucune substance précipitable par l'acide trichloracétique ; en employant des membranes de porosité croissante on

---

(1) *Journ. Pathol. and Bacter.*, **34**, 1931, p. 505.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, Strasbourg, 20 avril 1934.

(3) Diamètre moyen des pores (d) de $0^{\mu},5$ environ.

(4) Les fltrats sont analysés : qualitativement en utilisant l'acide trichloracétique, ainsi que le sulfate d'ammonium à diverses concentrations; quantitativement par dosage de l'azote total ou de l'azote protéidique.

obtient des filtrats de plus en plus riches en protéides, mais jusqu'à $d = 40^{m\mu}$ ces quantités sont faibles; quand $d = 90^{m\mu}$ les protéides passent totalement. Les membranes, même de $d = 40^{m\mu}$, sont colmatées très rapidement. La sérumalbumine traverse la membrane plus facilement que les sérumglobulines, et il en est ainsi pour la pseudoglobuline par rapport à l'euglobuline; ces dernières observations sont plus nettes avec du sérum dilué.

2. *Pour des solutions de poudre de sérum délipidée* ([1]). — Les résultats sont en général analogues à ceux obtenus avec le sérum dilué; ils diffèrent cependant par les points suivants : pour obtenir des filtrats exempts de protéides il suffit d'employer des membranes de $d = 15^{m\mu}$, et même avec des membranes de $d = 90^{m\mu}$ on ne parvient pas à obtenir la totalité des protéides dans le filtrat.

3. *Pour des solutions de sérumalbumine* ([2]). — La limite inférieure est la même que pour le sérum ($d = 9^{m\mu}$), tandis que ce corps passe entièrement à travers des membranes de $30^{m\mu}$. Pour des solutions de sérumalbumine délipidée ([3]) la limite inférieure est de $d = 10^{m\mu}$.

4. *Pour des solutions de pseudoglobuline*. — La limite inférieure se tient aux environs de $17^{m\mu}$; la limite supérieure, bien plus élevée que celle de l'albumine, est voisine de $d = 80^{m\mu}$ (au lieu de $30^{m\mu}$).

5. *Pour des solutions d'euglobuline*. — Nous ne pouvons pas prendre en considération les résultats obtenus, car ces solutions ont tendance à floculer.

De toutes ces observations, nous pouvons tirer les conclusions suivantes : *a*. les substances non délipidées contiennent soit des produits diminuant l'adsorption, soit des particules plus petites que celles de la sérumalbumine purifiée; *b*. les globulines diffèrent de l'albumine par la grandeur ou la forme de leurs particules, à moins que les globulines ne soient plus fortement adsorbées par les membranes; *c*. il est probable qu'il existe des différences du même genre entre la pseudoglobuline et l'euglobuline, toutefois les réactions classiques qui permettent de distinguer ces deux protéides n'étant pas très sensibles, nous ne pouvons l'affirmer.

([1]) Préparée selon L. F. Hewitt, *Biochem. J.*, **21**, 1927, p. 216.

([2]) La sérumalbumine a été obtenue par précipitation fractionnée par le sulfate d'ammonium et par dialyse; la pseudoglobuline et l'euglobuline étudiée ci-dessus par la même technique.

([3]) Préparée selon P. Grabar; *C. R. Soc. Biol.*, **112**, 1933, p. 1094.

MICROBIOLOGIE. — *Recherches sur l'autolyse. Les autolysines spécifiques.* Note de M. E. **Wollman**, présentée par M. F. Mesnil.

La nature exacte des phénomènes d'autolyse reste obscure malgré le nombre considérable de travaux consacrés à ce processus. La question reste ouverte, notamment de savoir si la lyse cellulaire est un phénomène *sui generis* relevant de l'action de diastases particulières (autolysines) ou si elle est la manifestation de l'action banale, en quelque sorte, de diastases connues (protéases, lipases, etc.), rendue possible par l'altération du fonctionnement cellulaire normal.

Ayant été amené à envisager l'hypothèse de l'existence des autolysines au cours de nos recherches sur la bactériophagie, nous avons pu établir le rôle propre de ces substances dans l'autolyse de certaines bactéries.

Le point de départ de ces recherches fut fourni par certaines contradictions dans les données que l'on possédait sur la bactériophagie. Alors qu'il semblait bien établi que celle-ci était l'apanage de bactéries vivantes en voie de multiplication, on avait pu, dans certaines conditions particulières, observer la lyse de bactéries tuées par la chaleur. C'est ainsi que Gratia et Rhodes, de même que Twort, avaient pu montrer que si, à du staphylocoque vivant, sensible à un bactériophage donné, l'on ajoute, en présence de celui-ci, une suspension du même staphylocoque tué, ce dernier se lyse également, alors que la lyse fait défaut en présence du bactériophage seul. Attribué à l'action directe du bactériophage, ce fait se trouvait en opposition avec l'ensemble des données que l'on possédait sur la lyse transmissible. Il nous avait paru probable que la lyse des bactéries mortes ainsi observée relevait d'un facteur surajouté autre que le bactériophage et dont il s'agissait de préciser la nature. Cette hypothèse ne tarda pas à être confirmée par l'expérience.

Nous avons pu montrer (avec Mme Wollman) [1] que la lyse de Staphylocoques morts pouvait s'observer, dans les conditions qu'on vient de rappeler, non seulement pour des souches sensibles à l'action du bactériophage employé, mais aussi avec des souches qui lui étaient totalement réfractaires; on pouvait obtenir, également dans les conditions de ces expériences, la lyse de Staphylocoques réfractaires vivants. Ces faits permettaient, à eux seuls, de mettre hors de cause l'action directe du bactériophage

---

[1] *Ann. Institut Pasteur*, 49, 1932, p. 41; *C. R. Soc. Biol.*, **110**, 1932, p. 636.

dans le phénomène étudié. D'autres expériences devaient confirmer cette façon de voir en montrant que la lyse de bactéries tuées pouvait être obtenue, dans des conditions analogues, en dehors de toute intervention des bactériophages. C'est ainsi que les Staphylocoques morts, résistants par eux-mêmes à l'action de l'anaérobiose, se lysent (Duran Reynals) ([1]) si on les mélange, en atmosphère confinée, avec du Staphylocoque vivant qui, lui, subit, dans ces conditions, une autolyse intense (Jaumain). De même des Pneumocoques virulents tués ou des Pneumocoques avirulents, vivants ou morts, qui, tous, résistent à l'action de la bile, se lysent (Wollman et Averbuch) si, en présence de cette substance, on les additionne de Pneumocoque virulent et vivant, lysable par la bile. En résumé, quel que soit le procédé employé pour déterminer l'autolyse d'un germe vivant, la lyse observée peut, pour certaines bactéries, s'étendre à des germes morts ou à d'autres germes vivants de même espèce insensibles par eux-mêmes à l'action du facteur employé. Nous avons donné à ce phénomène le nom de *lyse secondaire* ([2]).

Quel est le mécanisme de cette *lyse secondaire ?*

Au début de ces recherches, la présence de germes vivants en voie d'autolyse avait paru être une condition nécessaire. Pour nous en tenir au cas de la lyse bactériophagique du Staphylocoque, 10^{-7} cm^3 et même 10^{-8} cm^3 de filtrat actif suffisent à amener la lyse d'une culture de Staphylocoque vivant sensible et, en présence de celui-ci, d'une suspension contenant plusieurs milliards de Staphylocoques tués. Or, en l'absence de germes vivants, un tel filtrat, même à des doses relativement très élevées (10^{-1} cm^3), ne détermine pas la clarification d'une suspension, même légère, de Staphylocoques morts.

De nouvelles expériences montrèrent, pourtant, que la lyse secondaire se fait sous l'action de substances solubles mises en liberté par les germes vivants au cours de leur autolyse. C'est ainsi que le lysat bactériophagique de Staphylocoque fraîchement préparé et débarrassé, par filtration, de tout germe vivant, détermine la clarification d'une suspension de Staphylocoque mort lorsqu'on le mélange à celui-ci à doses très massives (0,5 et 1 cm^3). La lyse des germes tués, dans ces conditions, est d'autant plus intense que la quantité des germes vivants ayant servi à la préparation du filtrat était plus élevée. L'existence des diastases autolytiques, ou *autolysines*, se trouve ainsi établie.

([1]) *C. R. Soc. Biol.*, 94, 1926, p. 242.
([2]) *C. R. Soc. Biol.*, 112, 1933, p. 164.

Un des caractères les plus remarquables de ces autolysines est leur spécificité biologique prononcée. Les autolysines staphylococciques, par exemple, n'agissent que sur les Staphylocoques, ou encore sur les sarcines, groupe biologiquement très voisin. Les autolysines du *B. subtilis* ne déterminent la lyse que des bactéries de ce groupe et la lyse biliaire du pneumocoque n'a pu être transmise qu'à d'autres pneumocoques, à l'exclusion de genres même voisins, comme le Streptocoque. Cette spécificité biologique différencie nettement les autolysines des diastases lytiques « omnibus », telles que les protéases, les lipases, etc. A l'encontre de ce qui se passe pour les bactériophages, les autolysines s'épuisent au cours de leur action.

Le phénomène de lyse secondaire a permis de déceler l'existence d'autolysines chez certaines bactéries (Staphylocoques, *B. subtilis*, Pneumocoques). Avec d'autres groupes, les résultats furent négatifs. Il est probable, néanmoins, que le mécanisme de l'autolyse est essentiellement le même partout et que les résultats négatifs obtenus avec les bactéries du groupe coli-typhique, par exemple, s'expliquent par l'insuffisance de la méthode employée. La lyse secondaire ne peut avoir lieu que si les autolysines sont produites en excès. Qu'il en soit autrement ou que les autolysines, plus fragiles, se détruisent au fur et à mesure de leur mise en liberté, et la lyse secondaire, témoin de leur action, fera défaut.

A 15h 45m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

L'Académie décide d'affecter le prix Alexandre Darracq de cent mille francs, pour l'année 1936, à des recherches relatives à la découverte d'un procédé économique, permettant de fabriquer de l'acide sulfurique avec des matériaux existant sur le sol national. A défaut de la mise au point complète d'un procédé nouveau répondant au but poursuivi, l'Académie se réserve la possibilité d'attribuer sur les arrérages de cette fondation, des récompenses aux savants, industriels et inventeurs, qui, par leurs travaux, auraient contribué à faciliter la solution du problème posé.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.